

... **Coleção UAB–UFSCar**

..... **Tecnologia Sucroalcooleira**

· **Edemilson Nogueira**

· **Introdução à Engenharia**
· **Econômica**





Introdução à Engenharia Econômica



**Reitor**

Targino de Araújo Filho

Vice-Reitor

Adilson Jesus Aparecido de Oliveira

Pró-Reitora de Graduação

Claudia Raimundo Reyes

**Secretária de Educação a Distância - SEaD**

Aline M. de M. R. Reali

Coordenação SEaD-UFSCar

Daniel Mill

Denise Abreu-e-Lima

Joice Otsuka

Marcia Rozenfeld G. de Oliveira

Sandra Abib

Vânia Paula de Almeida Neris

Coordenação UAB-UFSCar

Daniel Mill

Denise Abreu-e-Lima

**Coordenador do Curso de
Tecnologia Sucroalcooleira**

Gilberto Miller Devós Ganga

**EdUFSCar****Conselho Editorial**

José Eduardo dos Santos

José Renato Coury

Nivaldo Nale

Paulo Reali Nunes

Oswaldo Mário Serra Truzzi (Presidente)

Secretária Executiva

Fernanda do Nascimento

Diretor da EdUFSCar

Oswaldo Mário Serra Truzzi

UAB-UFSCar

Universidade Federal de São Carlos

Rodovia Washington Luís, km 235

13565-905 - São Carlos, SP, Brasil

Telefax (16) 3351-8420

www.uab.ufscar.br

uab@ufscar.br

EdUFSCar

Universidade Federal de São Carlos

Rodovia Washington Luís, km 235

13565-905 - São Carlos, SP, Brasil

Telefax (16) 3351-8137

www.editora.ufscar.br

edufscar@ufscar.br

Edemilson Nogueira

Introdução à Engenharia Econômica

São Carlos



EdUFSCar

2013

© 2013, Edemilson Nogueira

Concepção Pedagógica

Daniel Mill

Supervisão

Douglas Henrique Perez Pino

Equipe de Revisão Linguística

Clarissa Galvão Bengtson

Daniel William Ferreira de Camargo

Daniela Silva Guanais Costa

Gabriela Aniceto

Letícia Moreira Clares

Luciana Rugoni Sousa

Paula Sayuri Yanagiwara

Sara Naime Vidal Vital

Equipe de Editoração Eletrônica

Izis Cavalcanti

Equipe de Ilustração

Maria Julia Barbieri Mantoanelli

Capa e Projeto Gráfico

Luís Gustavo Sousa Sguissardi

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar

N778i

Nogueira, Edemilson.

Introdução à Engenharia Econômica / Edemilson

Nogueira. -- São Carlos : EdUFSCar, 2011.

111 p. -- (Coleção UAB-UFSCar).

ISBN – 978-85-7600-256-7

1. Engenharia econômica. 2. Método de análise. I. Título.

CDD – 658.15 (20ª)

CDU – 65:33

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	9
---------------------------	---

UNIDADE 1: Introdução

1.1 Primeiras palavras	13
1.2 Problematizando o tema	13
1.3 Organizando o processo de tomada de decisão de investimento	15
1.3.1 Identificação dos objetivos	15
1.3.2 Geração de alternativas	15
1.3.3 Caracterização e conversão	16
1.3.4 Análise econômica das alternativas	16
1.3.5 Decisão	16
1.4 Considerações finais	17

UNIDADE 2: Elementos da Matemática Financeira

2.1 Primeiras palavras	21
2.2 Problematizando o tema	21
2.3 Conceitos básicos	21
2.3.1 Juros e taxas de juros	21
2.3.2 O valor do dinheiro no tempo	22
2.3.3 Fluxo de caixa	23
2.3.4 O processo de formação dos juros	25
2.3.5 Equivalência entre taxas	29
2.3.6 Taxa efetiva e taxa nominal	30

2.3.7 Taxa de inflação32
2.3.8 Taxa de juros total33
2.4 Equivalência de capitais34
2.4.1 Relações de equivalência envolvendo pagamento simples35
2.4.2 Relações de equivalência envolvendo série uniforme38
2.4.3 Relações de equivalência envolvendo série gradiente uniforme42
2.5 Sistemas para pagamento de empréstimos45
2.5.1 Sistema americano46
2.5.2 Sistema francês47
2.5.3 Sistema de amortização constante49
2.5.4 Sistema de amortização misto50
2.6 Considerações finais51

UNIDADE 3: Métodos de análise e seleção de alternativas de investimento

3.1 Primeiras palavras55
3.2 Problematizando o tema55
3.3 Taxa mínima de atratividade55
3.4 Método do valor presente líquido56
3.5 Método do valor anual equivalente uniforme60
3.6 Método da taxa interna de retorno64
3.7 Método do <i>payback</i>72
3.8 Considerações finais76

UNIDADE 4: Substituição de equipamentos

4.1 Primeiras palavras.....	79
4.2 Problematizando o tema.....	79
4.3 Análise de substituição de equipamentos	79
4.3.1 Substituição baseada na vida econômica	82

UNIDADE 5: Análise de alternativas de investimento considerando a influência do imposto de renda

5.1 Primeiras palavras.....	95
5.2 Problematizando o tema.....	95
5.3 Depreciação.....	95
5.3.1 Métodos de depreciação.....	97
5.4 A influência do imposto de renda na análise de alternativas de investimento	101

APRESENTAÇÃO

A Engenharia Econômica proporciona aos indivíduos um conjunto de conhecimentos que pode ser utilizado tanto no exercício da atividade profissional quanto em decisões relativas à vida particular de cada um. Este livro visa apresentar ao leitor os principais conceitos e técnicas da Engenharia Econômica para que, dessa maneira, possa analisar e comparar oportunidades de investimento.

Na constituição do livro, elaborou-se um texto visando proporcionar uma leitura fácil, a partir da qual o leitor acumula conhecimentos ao longo das unidades que o compreende. Ainda no que se refere ao texto, desenvolvemos também, além de discussões teóricas a respeito do tema, exemplos nos quais os leitores poderão verificar a compreensão dos conceitos e o entendimento de sua aplicação em situações que fazem parte do cotidiano das empresas ou dos indivíduos.

O livro está organizado em cinco unidades. Na Unidade 1, fazemos uma discussão introdutória na qual procuramos destacar a importância do tema na gestão das empresas, seguida da apresentação das etapas do processo de tomada de decisão de investimento.

Na Unidade 2, apresentamos os elementos fundamentais da matemática financeira. Iniciamos com uma discussão a respeito de uma série de conceitos financeiros básicos para, na sequência, desenvolver relações de equivalência de capitais que permitem trabalhar com o conceito do valor do dinheiro no tempo. Apresentamos, ainda, alguns dos principais sistemas para pagamento de empréstimos.

Posteriormente, na Unidade 3, descrevemos os métodos mais utilizados para análise e comparação de alternativas de investimento. Mais especificamente, apresentamos os seguintes métodos: valor presente líquido, valor anual equivalente, taxa interna de retorno e *payback*.

Na Unidade 4, estudamos um assunto relevante para os administradores de empresas, que é substituição de equipamentos.

Finalmente, na quinta e última unidade, apresentamos os principais métodos de depreciação e discutimos a influência do imposto de renda na análise de viabilidade de alternativas de investimento.

O texto apresentado não tem a pretensão de esgotar o assunto em uma área de conhecimento tão rica quanto a Engenharia Econômica, mas cumpre o papel de ser um texto introdutório oferecendo recursos importantes para aqueles que necessitem realizar avaliação econômica de alternativas de investimento.

UNIDADE 1

Introdução

1.1 Primeiras palavras

Nesta primeira unidade, apresenta-se um breve texto introdutório, com o qual se pretende justificar a importância do conhecimento da Engenharia Econômica por parte de profissionais ligados a empresas, sejam elas de qualquer natureza. Deve-se destacar que o conteúdo a ser desenvolvido neste texto também é relevante para a vida particular de qualquer indivíduo, pois pode auxiliá-lo em questões que envolvem decisões de investimento.

1.2 Problematizando o tema

A alocação de capital nas empresas é uma das tarefas mais críticas da administração. Decisões corretas favorecendo certos projetos em detrimento de outros podem proporcionar resultados satisfatórios em termos de competitividade. No entanto, seleções equivocadas podem comprometer o bom desempenho da empresa e, por consequência, sua posição competitiva. Dessa maneira, os responsáveis pela elaboração e análise de estudos de viabilidade econômica de projetos devem estar atentos para que esse trabalho seja desenvolvido com o cuidado necessário e fundamentado nos conceitos e técnicas desenvolvidos no âmbito da Engenharia Econômica.

Nas empresas, é comum encontrar, na mesa dos diretores, um conjunto de projetos solicitando recursos para que possam ser viabilizados. O setor de produção solicita a aquisição de novas máquinas e equipamentos, o marketing pede recursos para uma nova campanha publicitária, enquanto o setor de desenvolvimento solicita investimento nos laboratórios. Também é comum ouvir o diretor dizer que não tem recursos para financiar todos os projetos que estão sendo solicitados.

Fato semelhante ocorre nas residências. As famílias, em geral, têm uma série de necessidades que ainda não foram atendidas; entretanto, o orçamento familiar é reduzido, não permitindo considerar ao mesmo tempo todas as solicitações que são feitas pelos seus integrantes.

Nas empresas, a quantidade limitada de recursos impõe à administração a tarefa de escolher o destino de cada unidade monetária disponível. De outra maneira, a administração deve procurar fazer o melhor uso possível de seus recursos financeiros, determinando as quantidades utilizadas no custeio das atividades operacionais e selecionando projetos que auxiliem a proporcionar bons rendimentos para seus acionistas e a realizar seus planos estratégicos.

Nas residências, em geral os pais exercem a função de administração do orçamento familiar, analisando as oportunidades e selecionando as alternativas que podem proporcionar melhores benefícios para a família.

Para que o objetivo de melhor uso possível dos recursos seja atingido é imprescindível a realização de uma análise econômica visando identificar quais oportunidades oferecem retornos mais satisfatórios para a empresa. Nos dias de hoje, ainda é possível verificar, na prática de muitas empresas e também de pessoas individualmente, o desenvolvimento de processos de tomada de decisão de investimento baseado na experiência ou na intuição do responsável. Evidentemente que a experiência de quem toma a decisão é importante e pode ser traduzida no conhecimento que ele possui do empreendimento no qual está envolvido. Isso significa que ele conhece muito bem o seu produto, as necessidades de seus clientes e as mudanças que por ventura estejam ocorrendo nesse quesito, as evoluções tecnológicas em nível de produto ou de processo que possam estar em curso, os movimentos dos concorrentes etc. A experiência é fundamental, mas pode não ser suficiente para que sejam selecionadas as melhores alternativas do ponto de vista econômico. É necessário um processo mais estruturado que considere os aspectos qualitativos e quantitativos do investimento e que incorpore as experiências ou os conhecimentos dos responsáveis pela tomada de decisão.

Nesse sentido, a Engenharia Econômica cumpre um papel fundamental, pois auxilia quem toma a decisão na avaliação de alternativas de investimentos. Oliveira (1982) define Engenharia Econômica como uma técnica que possibilita quantificar monetariamente e avaliar economicamente as alternativas de investimento, permitindo ao administrador ter a posse do conjunto de elementos necessários à tomada de decisão.

Decisões econômicas são tomadas a todo momento em uma empresa, quando se faz a opção por comprar uma máquina ou equipamento, quando se decide construir uma nova planta ou um novo centro de distribuição, quando se resolve comprar uma peça ou componente de terceiros ao invés de fabricá-la internamente, quando se contrata uma transportadora para entregar os produtos, quando se compra uma quantidade maior ou menor de matéria-prima, quando se aplicam recursos em um ativo financeiro qualquer etc. Deve-se, nessas e em outras circunstâncias, utilizar os recursos disponibilizados pela Engenharia Econômica para a tomada de decisão.

A seguir, descrevem-se algumas etapas inerentes aos processos de tomada de decisão de investimento. O objetivo é sistematizar esse processo de forma a possibilitar um melhor entendimento deste e, conseqüentemente, colaborar para a obtenção de decisões mais precisas.

1.3 Organizando o processo de tomada de decisão de investimento

É possível organizar o processo de tomada de decisão de investimentos em cinco etapas ou fases: identificação dos objetivos, geração de alternativas, caracterização e conversão, avaliação das alternativas de investimento e tomada de decisão.

1.3.1 Identificação dos objetivos

O processo se inicia com a definição de objetivos a serem alcançados pela organização ou mesmo por um setor da empresa. A empresa pode, por exemplo, almejar ampliar sua capacidade de produção visando atender a uma demanda crescente. Determinadas situações proporcionadas pela concorrência podem fazer com que a empresa se mobilize no sentido de adquirir conhecimentos de produtos e processos para não perder participação no mercado. Em outras ocasiões, a empresa necessita desenvolver projetos para melhorar a qualidade de seus produtos ou ainda reduzir custos de fabricação ou de distribuição, ampliar *mix* ou melhorar serviço aos clientes. Pode ainda necessitar desenvolver ações de marketing visando melhorar a imagem do produto e da marca. Enfim, existem diversas possibilidades de projetos de diferentes naturezas a partir dos quais a empresa pretende atingir objetivos específicos ou resolver um determinado problema.

Dessa maneira, nessa primeira etapa do processo de tomada de decisão, deve-se definir precisamente qual ou quais são os objetivos a serem alcançados ou o que a organização precisa ou deseja atingir.

1.3.2 Geração de alternativas

Essa etapa do processo é de suma importância e exige das pessoas envolvidas muita criatividade. Nesse momento, considerando que os objetivos foram definidos na etapa anterior, será necessário gerar alternativas que possibilitem à empresa atingi-los.

Deve-se ressaltar que as alternativas geradas, além de proporcionarem à empresa alcançar os objetivos almejados, devem contemplar as restrições físicas e econômicas existentes naquele momento.

Também é importante ressaltar que, em todo processo de decisão de investimento, a alternativa de não investir em qualquer dos projetos em avaliação deve sempre ser considerada.

1.3.3 Caracterização e conversão

Essa terceira etapa consiste inicialmente numa descrição detalhada de cada alternativa gerada na etapa anterior. É fundamental que sejam destacados as principais características de cada alternativa, suas limitações, os resultados esperados com sua utilização etc. Essa etapa deve abranger o maior número possível de informações, de caráter qualitativo ou quantitativo, para facilitar o processo de avaliação.

Feita a caracterização, é necessário converter as informações obtidas em um fator comum a todas as alternativas. O fator comum utilizado na análise econômica é o valor expresso em termos monetários.

1.3.4 Análise econômica das alternativas

Tendo as características das alternativas expressas na forma monetária, elaboram-se os fluxos de caixa de cada alternativa e, por meio da utilização dos métodos da Engenharia Econômica, faz-se uma análise quantitativa e qualitativa de todas as alternativas. Essas análises servirão de subsídio para a próxima etapa, que é a tomada de decisão.

1.3.5 Decisão

As análises das alternativas realizadas na etapa anterior serão as principais referências para a decisão. É importante salientar que, dependendo do projeto ou da alternativa de investimento em consideração, o processo decisório envolverá maior ou menor número de pessoas ocupando diferentes posições na organização. Quanto maior o volume de capital envolvido na alternativa de investimento analisada, maior será o nível hierárquico dos envolvidos na tomada de decisão, favorável ou não ao projeto. Projetos envolvendo grandes somas de capital são analisados por um comitê composto de diversas pessoas da organização, entre elas o diretor industrial e o financeiro, por exemplo.

Deve-se também ressaltar que as pessoas responsáveis pela tomada de decisão, em geral, acrescentam à avaliação elaborada na etapa anterior outros aspectos qualitativos que muitas vezes ainda não foram considerados e que podem ter influência significativa na decisão a ser tomada. Finalmente, de posse do maior número de informações possíveis, os responsáveis podem emitir um parecer final aprovando ou não o projeto em consideração ou ainda selecionando uma determinada alternativa em detrimento de outras.

A Figura 1 ilustra as etapas do processo de tomada de decisão de investimento:

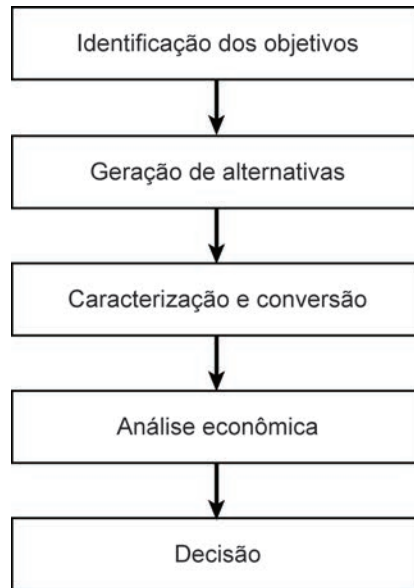


Figura 1 Etapas do processo de tomada de decisão de investimento.

1.4 Considerações finais

Nesta unidade, procurou-se destacar a importância da Engenharia Econômica para as empresas e também para os indivíduos. Apresentaram-se também algumas etapas que, se seguidas, podem auxiliar o responsável pela decisão de investimento a realizar uma avaliação econômica mais consistente. A seguir, na Unidade 2, apresentam-se elementos da Matemática Financeira essenciais para a compreensão e o desenvolvimento dos métodos de avaliação econômica utilizados pela Engenharia Econômica.

UNIDADE 2

Elementos da Matemática Financeira

2.1 Primeiras palavras

Nesta unidade, apresentam-se alguns dos principais elementos da Matemática Financeira. O objetivo é proporcionar aos leitores um conjunto de conhecimentos que lhes permitirão posteriormente, nas unidades subsequentes, compreender e utilizar os métodos utilizados pela Engenharia Econômica para a realização de estudos de viabilidade econômica de projetos. Inicialmente, apresentam-se alguns dos principais conceitos básicos da Matemática Financeira. Em seguida, desenvolvem-se as relações de equivalência de capitais para, na sequência, apresentar alguns planos utilizados para saldar financiamentos.

2.2 Problematizando o tema

As decisões de alocação de capital em projetos nas empresas são tomadas no presente a partir de uma avaliação entre os investimentos realizados, em geral nos primeiros períodos dos projetos, e os recebimentos que ocorrerão ao longo do tempo. Tanto os desembolsos quanto os recebimentos são frutos de estimativas. Dessa maneira, estão sujeitos a variações e, portanto, geram riscos para quem investe. Além disso, os recebimentos e desembolsos ocorrem ao longo do período, em datas diferentes, colocando outra variável fundamental nas análises: o tempo. Como equacionar essa relação entre dinheiro, tempo e risco nos estudos de viabilidade econômica? Para responder essa questão é fundamental o conhecimento da matemática financeira.

2.3 Conceitos básicos

Apresentam-se, neste tópico, alguns conceitos financeiros básicos fundamentais para o desenvolvimento da Matemática Financeira. Inicialmente descrevem-se os conceitos de juros e taxas de juros para, a seguir, apresentar o conceito de valor do dinheiro no tempo. Na sequência, discute-se a respeito de fluxo de caixa, taxa efetiva e taxa nominal, taxa de inflação e taxa de juros total.

2.3.1 Juros e taxas de juros

O conceito econômico de valor-utilidade atribui valor aos objetos ou aos serviços na medida em que estes satisfazem as necessidades atuais de um indivíduo (SINGER, 1980). Dessa maneira, a não utilização imediata do capital para atendimento de uma necessidade atual só será vantajosa se o uso alternativo do capital possibilitar a obtenção de uma satisfação maior no futuro. Deve-se

também considerar que a utilização do capital em atividades que possam trazer benefícios no futuro ao invés de no presente faz com que o capitalista incorra em riscos, uma vez que as expectativas podem não ser confirmadas, e o capital investido não retornar.

Assim, os juros podem ser definidos como a remuneração obtida no futuro pela não utilização imediata do capital. Essa remuneração deve ser suficiente para proporcionar ao investidor uma maior satisfação no futuro, compensando o quanto deixou de ganhar no presente e os riscos incorridos no empreendimento.

De outra maneira, os juros podem ser entendidos como a remuneração do capital pelo seu uso alternativo. Ou ainda, de maneira genérica, como todas as formas de remuneração de capital, como lucros, dividendos etc. (OLIVEIRA, 1982).

Já taxa de juros, como o próprio nome indica, é uma medida relativa entre os juros pagos, ou recebidos no final de um período, e o valor emprestado no início do período. Costuma-se representar a taxa de juros pela letra i (*interest*):

$$i = \frac{J}{C_0}$$

i = taxa de juros

C_0 = capital na data 0 (zero), ou seja, hoje

J = juros do período

2.3.2 O valor do dinheiro no tempo

O valor do dinheiro no tempo talvez seja o conceito mais importante da Matemática Financeira e tem origem na discussão apresentada anteriormente a respeito do significado dos juros. Cabe destacar que esse conceito tem relação com algo muito presente na realidade econômica brasileira, principalmente durante as décadas de 1980 e 1990: o conceito de inflação. Em outro tópico, será apresentado o conceito de inflação e sua utilização.

O valor do dinheiro no tempo tem origem no conceito de juros ou, de outra maneira, na necessidade de remuneração do indivíduo pelo adiamento da satisfação e pelos riscos incorridos em investimentos de capital. Dessa maneira, deve-se compreender que, por exemplo, \$100.000,00 hoje não têm o mesmo valor de \$100.000,00 ao final de um ano. O que torna dois valores equivalentes em datas diferentes é a incorporação de um valor que se denomina juros.

Assim, a uma determinada taxa de juros de 10% a.a. (ao ano), \$100.000,00 hoje equivale a \$110.000,00 após um ano:

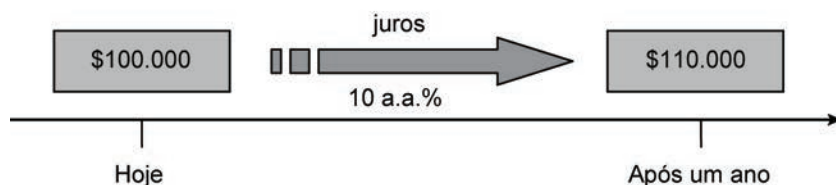


Figura 2 Valor do dinheiro no tempo.

2.3.3 Fluxo de caixa

Se o dinheiro tiver valor no tempo, para que seja possível realizar qualquer tipo de análise ou comparação de alternativas de investimentos, será fundamental ter o controle dos exatos momentos em que um volume de dinheiro está entrando ou saindo do caixa da empresa. Para isso, utiliza-se o fluxo de caixa.

O fluxo de caixa de uma alternativa de investimento deve ser elaborado a partir das estimativas de recebimentos e desembolsos a serem realizados ao longo da vida do projeto. Sua representação pode ser realizada por meio de um diagrama ou de um quadro.

a) Diagrama

O diagrama de fluxo de caixa é constituído por uma linha horizontal, utilizada como escala de tempo, e por vetores verticais representando as entradas e saídas de caixa. Os vetores verticais localizados na parte superior da escala de tempo e com orientação para cima representam entrada de dinheiro. Ao contrário, o vetor localizado na parte inferior da escala de tempo e com sentido para baixo representa saída de dinheiro do caixa. Em termos algébricos, os pagamentos serão negativos, e os recebimentos, positivos. A Figura 3 ilustra um diagrama de fluxo de caixa:

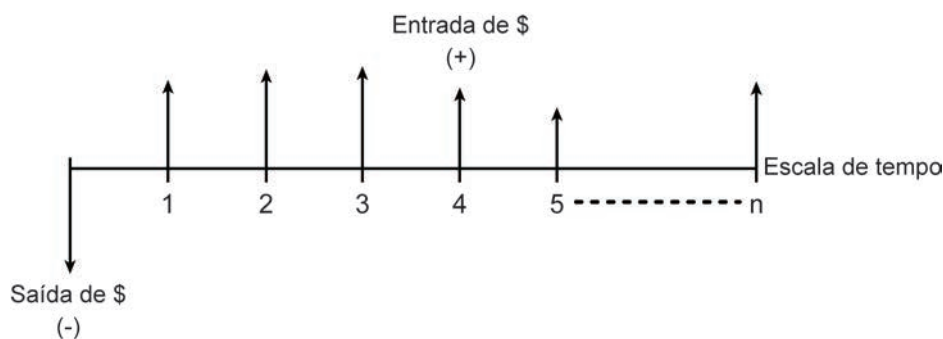


Figura 3 Diagrama de fluxo de caixa.

Cabe ressaltar que, no diagrama apresentado na Figura 3, a saída de caixa está ocorrendo na data 0 (zero), enquanto as entradas estão ocorrendo apenas no final dos períodos. Essa é uma hipótese simplificadora, uma vez que, na prática, as variações de caixa podem ocorrer durante todo o período – fato que pode ser contornado pela escolha adequada da unidade de tempo.

Deve-se também destacar que, na elaboração de um fluxo de caixa, o sentido dos vetores depende da referência que está adotando. Por exemplo: uma empresa tomou emprestado de um banco \$60.000,00 para serem pagos em quatro parcelas mensais iguais de \$16.142,00. O fluxo de caixa do ponto de vista do banco deverá ser o seguinte:

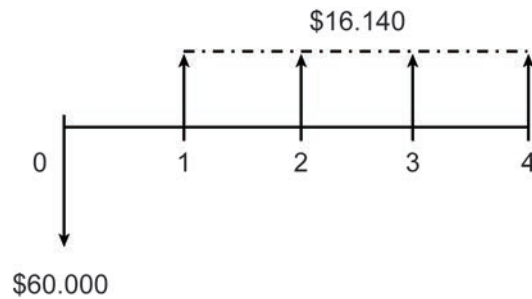


Figura 4 Diagrama de fluxo de caixa do banco.

Já essa mesma operação, tendo como referência a empresa, seria representada pelo seguinte fluxo de caixa:

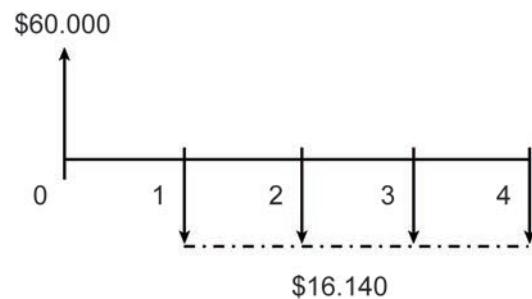


Figura 5 Diagrama de fluxo de caixa da empresa.

b) Quadro

Outra possibilidade de representação do fluxo de caixa é na forma de um quadro. Esse quadro deve ter, no mínimo, as seguintes informações: período de movimentação do caixa, discriminação do tipo de movimentação – entrada ou saída de caixa – e saldo líquido resultante no período, sendo este favorável às entradas ou às saídas. A seguir, ilustra-se o processo com um quadro de fluxo de caixa.

Quadro 1 Fluxo de caixa.

Período	Entradas	Saídas	Saldo
.	(+)	(-)	(=)

Utilizando o exemplo anterior, poder-se-ia representar o fluxo de caixa do ponto de vista do banco da seguinte forma:

Quadro 2 Fluxo de caixa do banco.

Período	Entradas	Saídas	Saldo
0		-60.000	-60.000
1	16.142		16.142
2	16.142		16.142
3	16.142		16.142
4	16.142		16.142

2.3.4 O processo de formação dos juros

O valor do dinheiro no tempo, como comentado anteriormente, é um dos principais conceitos da Matemática Financeira. A incorporação de um valor referente aos juros de um período é que torna possível dois valores em datas diferentes serem equivalentes. Dessa maneira, é fundamental entender como ocorre o processo de formação dos juros. E esse processo pode se dar de duas maneiras: a juros simples ou a juros compostos.

Em uma operação de empréstimo a juros simples, os juros incidem apenas sobre o principal da dívida. Já em uma operação a juros compostos, os juros incidem, a cada período, sobre o principal mais os juros do período anterior. A seguir, detalha-se o processo a juros simples e compostos.

Juros simples

Nas operações a juros simples, como os juros incidem apenas sobre o principal, o valor pago, referente aos juros, é proporcional ao tempo em que o principal tenha sido emprestado. Além disso, os juros são pagos apenas no final da operação.

Considere uma operação a juros simples na qual um banco concede um empréstimo de \$50.000,00 para uma pessoa, cobrando uma taxa de 10% a.a.

por um período de quatro anos. Qual o valor dos juros a serem pagos no período e o valor total a ser devolvido no final dos quatro anos?

Quadro 3 Cálculo dos juros da operação.

Juros referentes ao 1º ano	$J_1 = 50.000 \times 0,1 = 5.000$
Juros referentes ao 2º ano	$J_2 = 50.000 \times 0,1 = 5.000$
Juros referentes ao 3º ano	$J_3 = 50.000 \times 0,1 = 5.000$
Juros referentes ao 4º ano	$J_4 = 50.000 \times 0,1 = 5.000$
Juros totais	$J_1 + J_2 + J_3 + J_4 = 20.000$

$$J_T = J_1 + J_2 + J_3 + J_4$$

Se $C_0 = 50.000$ e $i = 0,1$

Então: $J_T = iC_0 + iC_0 + iC_0 + iC_0$

$$J_T = 4 iC_0 = 4 \times 0,1 \times 50.000 = 20.000$$

$$C_4 = C_0 + J_T = C_0 + 4 \times iC_0$$

$$C_4 = C_0 + J_T = 50.000 + 20.000 = 70.000$$

Generalizando para n períodos:

$$J_n = n iC_0$$

$$C_n = C_0(1 + ni)$$

Exemplos:

Quanto deverá ser pago de juros ao final de dois anos em uma operação de empréstimos de \$100.000 a uma taxa de juros simples de 0,5% a.m.?

$$J_n = n iC_0$$

$$J = 24 \times 0,005 \times 100.000 = 12.000$$

Quanto deverá ser pago de juros em uma operação de empréstimo de \$100.000 por três meses a uma taxa de 6% a.a.?

$$J_n = niC_0$$

$$J = \frac{3}{12} \times 0,06 \times 100.000 = 1.500$$

Qual o valor total a ser pago ao final de 45 dias no empréstimo de \$100.000 a uma taxa de 12% a.a.?

$$C_n = 100.000 \left(1 + \frac{45}{360} \times 0,12 \right) = 101.500$$

Juros compostos

Quando um empréstimo for feito em um espaço de tempo correspondente a mais que um período de capitalização, os juros serão devidos ao final de cada período e serão denominados de compostos. Como destacado anteriormente, os juros incidem, a cada período, sobre o principal mais os juros do período anterior.

Suponha uma situação na qual uma empresa faz um empréstimo de \$60.000 para serem pagos em uma única vez, ao final de seis meses, a uma taxa de juros compostos de 3% a.m. A Tabela 1 ilustra o processo de formação dos juros dessa operação:

Tabela 1 Empréstimo a juros compostos.

Final do mês	Juros do período (\$)	Saldo devedor antes do pagamento (\$)	Valor a ser pago (\$)	Saldo devedor após o pagamento (\$)
0	-	60.000,00	-	60.000,00
1	1.800,00	61.800,00	-	61.800,00
2	1.854,00	63.654,00	-	63.654,00
3	1.909,62	65.563,62	-	65.563,62
4	1.966,91	67.530,53	-	67.530,53
5	2.025,92	69.556,45	-	69.556,45
6	2.086,69	71.643,14	71.643,14	0

Considere agora uma operação de empréstimo de uma quantidade de capital C_0 a uma taxa de juros i por apenas dois períodos. A Tabela 2 ilustra o processo de capitalização nos dois primeiros períodos:

Tabela 2 Processo de capitalização a juros compostos.

Final do período	Saldo devedor
0	C_0
1	$C_1 = C_0 + iC_0$
2	$C_2 = C_1 + iC_1 = C_0 + iC_0 + iC_0 + i^2C_0$
2	$C_2 = C_0 + 2iC_0 + i^2C_0 = C_0(1+i)^2$

Generalizando para n períodos: $C_n = C_0(1+i)^n$

Exemplos:

- a) Quanto deverá ser pago por uma pessoa ao final de seis meses por um empréstimo de \$60.000 a uma taxa de 3% a.m.?

$$C_n = C_0(1+i)^n$$

$$C_6 = 60.000(1+0,03)^6 = 71.643,14$$

- b) Uma empresa deveria saldar uma dívida junto a uma instituição bancária ao final de 90 dias no valor de \$35.000. Como as vendas do período foram muito favoráveis, resolveu antecipar o pagamento para reduzir seus custos financeiros. Considerando que a taxa de juros estabelecida no contrato foi de 4% a.m., qual o valor a ser pago hoje para liquidar a dívida?

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$C_0 = \frac{35.000}{(1+0,04)^3} = 31.114,8$$

- c) Um financiamento no valor de \$100.000 foi pago ao final de cinco anos pelo valor de \$146.932,81. Qual a taxa de juros cobrada no período anual?

$$i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$$

$$i = \sqrt[5]{\frac{146.932,81}{100.000}} - 1 = 0,08$$

$$i = 8,0\% \text{ a.a.}$$

- d) Qual o valor a ser pago em um empréstimo de \$20.000 por um prazo de 120 dias a uma taxa de 10% a.a.?

$$C_n = C_0 (1+i)^n$$

$$C_n = 20.000(1 + 0,1)^{\frac{4}{12}} = 20.645,60$$

2.3.5 Equivalência entre taxas

O conceito de equivalência entre taxas permite a conversão de taxas de um período para outro. Se os juros forem compostos, essa relação de equivalência será exponencial. Dessa maneira, uma taxa de juros i , no período t_1 , é equivalente a uma taxa de juros i_e , no período t_2 ($t_2 = t_1/k$), e se aplicadas a um mesmo capital resultará no mesmo valor:

$$C_0(1+i) = C_0(1+i_e)^z$$

$$C_0(1+i) = C_0(1+i_e)^z$$

$$(1+i) = (1+i_e)^z$$

ou

$$i_e = \sqrt[z]{(1+i)} - 1$$

Exemplos:

- a) Qual a taxa de juros anual equivalente a uma taxa de 1% a.m.?

$$(1+i_{a.a.}) = (1+i_{a.m.})^{12}$$

$$(1+i_{a.a.}) = (1+0,01)^{12}$$

$$i = 0,1268 \text{ ou } 12,68\% \text{ a.a.}$$

b) Qual a taxa de juros mensal equivalente a uma taxa de 16% a.a.?

$$i_e = \sqrt[12]{(1+i)} - 1$$

$$i_{a.m.} = \sqrt[12]{(1+0,16)} - 1$$

$$i = 0,0124 \text{ ou } 1,24\% \text{ a.m.}$$

c) Qual a taxa de juros trimestral equivalente a uma taxa de 12% a.a.?

$$i_e = \sqrt[4]{(1+i)} - 1$$

$$i_{a.tr.} = \sqrt[4]{(1+0,12)} - 1$$

$$i = 0,0287 \text{ ou } 2,87\% \text{ a.tr.}$$

2.3.6 Taxa efetiva e taxa nominal

Em operações financeiras, é comum a utilização das denominações taxa efetiva e taxa nominal. Como regra geral, pode-se definir a taxa efetiva como aquela que realmente expressa os juros que estão sendo pagos ou cobrados em uma operação. Já a taxa nominal não representa o custo ou o rendimento efetivo de uma operação, mas, ainda assim, é registrada em contratos de operações financeiras ou simplesmente utilizada pelos profissionais da área designando um valor que não representa o que realmente está sendo cobrado ou recebido.

Considere, dessa forma, que, em uma operação financeira, esteja sendo pago uma taxa efetiva de 1,5% a.m. por um prazo de 90 dias. Se o valor investido for de \$25.000, ao final do período, o valor resgatado será de:

$$C_3 = 25.000(1+0,015)^3 = 26.141,96$$

Outra taxa de juros i_e , em período diferente de i , também será efetiva se guardar a relação de equivalência com i , isto é:

$$(1+i) = (1+i_e)^z$$

Assim, para uma taxa efetiva de 1,5% a.m., é possível calcular outra taxa também efetiva no período trimestral do seguinte modo:

$$(1+i_{a.tr.}) = (1+i_{a.m.})^3$$

$$(1+i_{a.tr.}) = (1+0,015)^3$$

$$i_{a.tr.} = 0,0457 \text{ ou } 4,57\% \text{ a.tr.}$$

Essa mesma taxa efetiva de 1,5% a.m. equivale a uma taxa de 19,56% a.a., também efetiva – conforme relação de equivalência.

A taxa nominal de juros não guarda a relação de equivalência com a taxa efetiva. A relação entre ambas é linear e representada pela seguinte expressão:

$$i_e = \frac{i_N}{Z}$$

em que: i_N = taxa de juros nominal

i_e = taxa de juros efetiva

Z = número de capitalizações existentes no período da taxa nominal

A caderneta de poupança, por exemplo, paga ao aplicador os juros mais a variação da taxa referencial. A taxa de juros paga pela poupança ao aplicador é de 6,0% a.a. Essa taxa é nominal, e a capitalização é mensal. Dessa forma, tem-se:

$$i_N = 6\% \text{ a.a.}$$

$Z = 12$ (pois, em um ano, temos 12 capitalizações)

Assim:

$$i_e = \frac{6}{12} = 0,5\% \text{ a.m.}$$

A caderneta de poupança paga de taxa de juros real efetivo ao investidor:

$$(1 + i_{\text{a.a.}}) = (1 + 0,005)^{12}$$

$$i_e = 6,17\% \text{ a.a.}$$

2.3.7 Taxa de inflação

A economia brasileira passou por um longo período convivendo com valores expressivos de inflação. Isso fez com que as pessoas compreendessem o seu significado e aprendessem a contornar os problemas ocasionados pelo fenômeno nos diversos ambientes de negócio. Já há alguns anos o índice de inflação tem se mantido em patamares aceitáveis; entretanto, o governo procura estar sempre atento para evitar qualquer tendência de alta que possa prejudicar a economia do país.

A inflação pode ser definida como a desvalorização da moeda ou a perda de poder de compra da moeda em um determinado período de tempo. Em uma situação inflacionária, um capital emprestado na data 0 (zero) necessita, ao final de um período, ser corrigido pela variação de preço do período. Para isso, pode-se utilizar um dos vários índices de inflação existentes no país, por exemplo, o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) ou o Índice Geral de Preços do Mercado (IGPM).

Em uma situação inflacionária, um capital "C", na data 0 (zero), ao final de um ano deverá ser corrigido pela inflação do período (k%) para manter o seu poder de compra. Assim, temos:

$$C_1 = C_0 (1 + k)^n$$

Considere que C_0 valha, na data 0 (zero), \$23.000 e que a inflação ao longo de um mês foi de 1%. Para que, após um mês, seja possível comprar a mesma quantidade de produtos que na data 0 (zero), é necessário possuir:

$$C_1 = 23.000(1 + 0,01)^1 = 23.230$$

Se, no mês seguinte, a inflação foi de 2%, para manter o poder de compra do capital, seria necessário corrigi-lo por mais este valor:

$$C_1 = 23.230(1 + 0,02)^1 = 23.694,60$$

ou

$$C_2 = 23.000(1 + 0,01)^1(1 + 0,02)^1 = 23.694,60$$

O que significa que a inflação acumulada nos dois primeiros meses do ano foi de:

$$(1 + k_{ab}) = (1 + 0,01)^1(1 + 0,02)^1$$

$$(1 + k_{ab}) = 1,0302$$

$$k_{ab} = 0,0302 \quad \text{ou} \quad k_{nb} = 3,02\% \text{ ab}$$

2.3.8 Taxa de juros total

A taxa de juros total é a composição da taxa de juros real mais a inflação. Na taxa de juros real está considerada a remuneração pura do dinheiro mais os riscos associados à recuperação do capital investido. Na inflação, contempla-se a correção do poder de compra da moeda. Se r for a taxa de juros real e k , a inflação, a taxa de juros total i será a composição dessas duas taxas.

Considere uma aplicação financeira que remunera o investidor pagando juros reais mais a inflação. Se o valor investido for C_0 , ao final de um período, chega-se ao seguinte valor:

$$C_1 = C_0(1 + i)^1$$

$$C_1 = C_0(1 + k)^1(1 + r)^1$$

$$C_0(1 + i)^1 = C_0(1 + k)^1(1 + r)^1$$

$$(1 + i)^1 = (1 + k)^1(1 + r)^1$$

Voltando ao exemplo da caderneta de poupança, ela paga ao investidor juros reais de 0,5% a.m. mais a variação da taxa referencial (TR). Para uma TR de 0,3% a.m., a remuneração total da poupança será:

$$(1+i)^1 = (1+0,003)^1 (1+0,005)^1$$

$$i = 0,008015 \quad \text{ou} \quad i = 0,8015\% \text{ a.m.}$$

2.4 Equivalência de capitais

As relações de equivalência de capitais são desenvolvidas tendo como referência os conceitos de valor do dinheiro no tempo e de juros. Sabe-se que, como o dinheiro tem valor no tempo, uma determinada quantidade de capital em diferentes datas possui valores distintos. O que torna dois valores em datas diferentes equivalentes é a incorporação dos juros.

Desse modo, \$5.000 hoje são diferentes de \$5.000 após um ano, por exemplo. Entretanto, se for adicionada certa quantidade de capital nesse período, referente aos juros, é possível obter uma relação de equivalência entre dois valores em datas diferentes. Assim, a uma taxa de juros de 10% a.a., \$5.000 serão equivalentes a \$5.500 ao final de um ano.

A relação apresentada no parágrafo anterior é simples de ser desenvolvida. Situações diversas envolvendo investimento de capital exigem relações de equivalência mais elaboradas. Considere como exemplo uma empresa que pede dinheiro emprestado a um banco para saldar suas necessidades de capital de giro. O valor solicitado no empréstimo foi de \$70.000, e o banco apresentou três possibilidades de pagamento, conforme Tabela 3:

Tabela 3 Planos de financiamento.

Final do mês	Plano 1 (\$)	Plano 2 (\$)	Plano 3 (\$)
1	-	2.100,00	12.921,83
2	-	2.100,00	12.921,83
3	-	2.100,00	12.921,83
4	-	2.100,00	12.921,83
5	-	2.100,00	12.921,83
6	83.583,66	72.100,00	12.921,83
Total	83.583,66	82.600,00	77.530,95

A escolha por um dos planos de financiamento não deve ser realizada por meio de uma análise superficial. Se for observado o total a ser pago em cada plano, por exemplo, poder-se-ia tomar uma decisão favorável ao plano 3. Entretanto, essa decisão pode estar equivocada, uma vez que foi baseada em um critério inconsistente do ponto de vista conceitual. Conforme o conceito de valor do dinheiro no tempo, não se deve somar ou comparar valores em datas diferentes, a não ser que a taxa de juros seja igual a 0 (zero). Se esta for igual a 3% a.m., por exemplo, os três planos serão equivalentes.

O desenvolvimento de relações de equivalência é fundamental para que seja possível aplicar os métodos sugeridos pela Engenharia Econômica e, com isso, proporcionar aos responsáveis pelas decisões uma série de informações que permitem a tomada de decisão por parte de um administrador, favorável a uma determinada alternativa em relação à outra, ou simplesmente a rejeição de todas as alternativas em consideração.

Assim, desenvolvem-se, a seguir, algumas relações de equivalência que serão utilizadas posteriormente, quando da apresentação dos métodos para análise e decisão de alternativas de investimento.

2.4.1 Relações de equivalência envolvendo pagamento simples

Apresentam-se, neste tópico, relações de equivalência que envolvem apenas dois valores em datas diferentes, um valor na data 0 (zero) e outro em uma data futura.

Valor futuro de um pagamento simples ou único

O valor futuro de um pagamento simples representa o valor em uma data futura de um capital na data 0 (zero) a uma determinada taxa de juros i . O fluxo de caixa a seguir representa essa relação de equivalência:

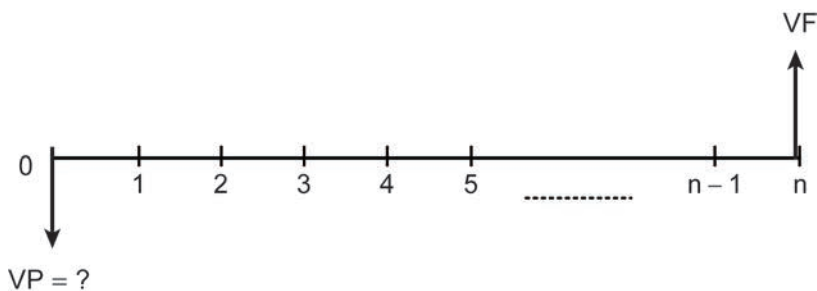


Figura 6 Fluxo de caixa – valor futuro de um pagamento simples.

Como representado no diagrama de fluxo de caixa, deseja-se calcular o valor futuro (VF) a partir de um valor presente (VP) conhecido. Para isso, utiliza-se a expressão de capitalização a juros compostos, ou seja:

$$C_n = C_0 (1+i)^n$$

Substitui-se, na expressão, a simbologia utilizada da seguinte maneira:

$$C_n = VF$$

$$C_0 = VP$$

$$\text{Então: } VF = VP(1+i)^n$$

Exemplo:

Uma fábrica de eletroeletrônicos vende seus produtos aos varejistas com prazo de pagamento de 90 dias. O departamento financeiro da empresa estabeleceu que um determinado produto, se vendido à vista, deveria ter um preço de \$1.200. Na hipótese de venda a prazo, deveriam ser acrescentados ao preço juros de 3% a.m. Dessa forma, qual o valor a ser cobrado do varejista por esse produto na condição de pagamento após 90 dias?

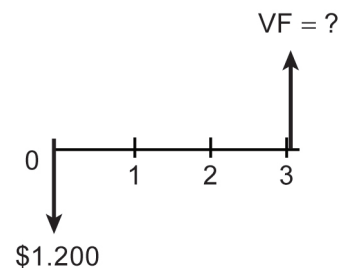


Figura 7 Fluxo de caixa do ponto de vista da fábrica.

$$VF = VP(1+i)^n$$

$$VF = 1.200(1+0,03)^3$$

$$VF = 1.311,27$$

Valor presente de um pagamento simples ou único

O valor presente representa o valor do capital na data 0 (zero). O valor presente de um pagamento simples representa o valor na data 0 (zero) de um capital em uma data futura, considerando uma determinada taxa de juros i . O fluxo de caixa a seguir representa essa relação de equivalência:

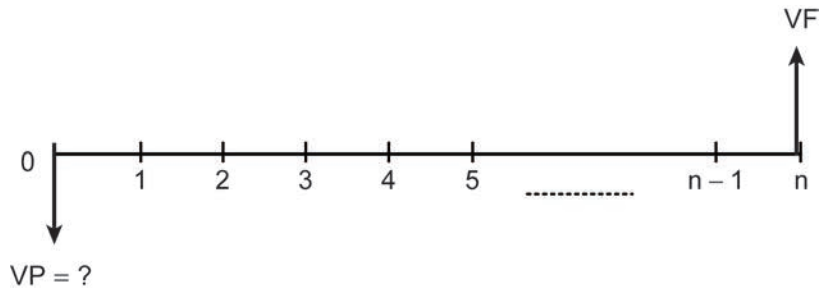


Figura 8 Fluxo de caixa – valor presente de um pagamento simples.

Semelhante à relação de equivalência anterior, o fluxo de caixa possui apenas dois valores, um na data 0 (zero) (VP) e outro na data n (VF). Entretanto, de forma diferente da relação anterior, o valor futuro é conhecido; já o valor presente necessita ser calculado. Para tanto, também se utiliza a expressão de capitalização a juros compostos, ou seja:

$$C_n = C_0 (1+i)^n$$

Querendo calcular o valor presente (VP) ou o C_0 , utiliza-se:

$$VP = \frac{VF_n}{(1+i)^n}$$

Exemplo:

O senhor Antônio tinha uma dívida de \$15.000 para saldar junto a um banco com vencimento para 120 dias ou 4 meses. Entretanto, como sua situação financeira melhorou, resolveu negociar com a instituição bancária para antecipar o pagamento. Se a taxa de juros estabelecida em contrato for de 2,5% a.m., quanto ele deverá pagar hoje para quitar sua dívida?

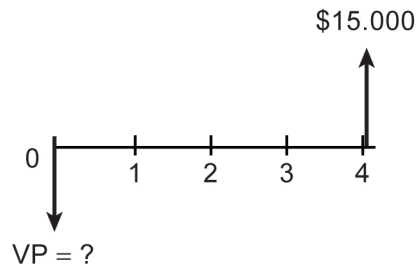


Figura 9 Fluxo de caixa do ponto de vista do banco.

$$VP = \frac{VF_n}{(1+i)^n}$$

$$VP = \frac{15.000}{(1+0,025)^4}$$

$$VP = 13.589,26$$

2.4.2 Relações de equivalência envolvendo série uniforme

As relações de equivalência apresentadas neste tópico envolvem o que se denomina de série uniforme de pagamentos. As séries uniformes são muito utilizadas em operações financeiras como empréstimos bancários ou financiamentos de venda de produtos duráveis.

Uma série uniforme é composta de pagamentos ou recebimentos de valores iguais ocorrendo em intervalos regulares de tempo. Neste tópico, apresentam-se relações de equivalência envolvendo série uniforme, valor futuro e valor presente.

Valor futuro de uma série uniforme

Essa primeira relação representa a equivalência entre um único valor no futuro (VF) e uma série uniforme de pagamentos ou recebimentos ocorrendo ao longo do tempo. O fluxo de caixa a seguir representa essa relação de equivalência:

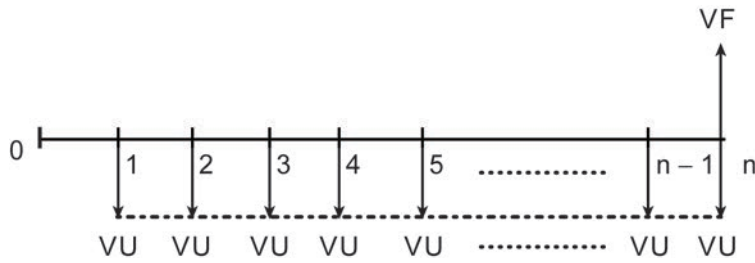


Figura 10 Fluxo de caixa – valor futuro de uma série uniforme.

A relação de equivalência entre a série de pagamentos e o valor futuro pode ser obtida a partir da transferência dos valores iguais a VU para a data n, com a utilização de uma taxa de juros previamente definida, então:

$$VF = VU + VU(1+i)^1 + VU(1+i)^2 + VU(1+i)^3 + \dots + VU(1+i)^{n-1}$$

Multiplicando-se os dois lados da equação por $(1 + i)$ resulta em:

$$VF(1+i) = VU(1+i)^1 + VU(1+i)^2 + VU(1+i)^3 + \dots + VU(1+i)^{n-1} + VU(1+i)^n$$

Subtraindo-se da segunda equação a primeira:

$$VF(1+i) - VF = VU(1+i)^n - VU$$

$$VF = VU \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

1

Exemplo:

Uma pessoa pretende fazer economias para conseguir comprar um apartamento ao final de cinco anos. Para isso, aplicará um valor uniforme mensalmente em um ativo financeiro que rende 0,8% a.m. de juros reais. Qual deverá ser o valor aplicado?

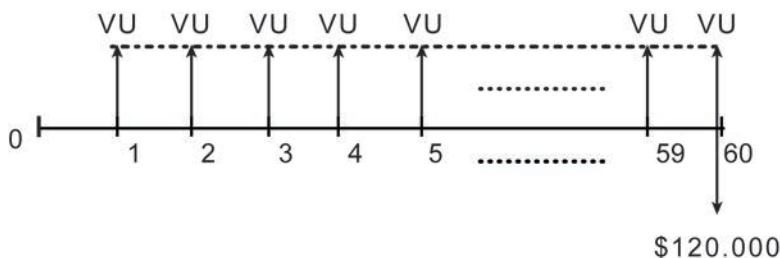


Figura 11 Fluxo de caixa para aquisição do apartamento.

$$VF = VU \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$120.000 = VU \left[\frac{(1+0,008)^{60} - 1}{0,008} \right]$$

$$VU = 120.000 \left[\frac{0,008}{(1+0,008)^{60} - 1} \right]$$

$$VU = 1.566,09$$

Valor presente de uma série uniforme

Nessa relação, representa-se a equivalência entre um valor único no presente (VP) e uma série uniforme de pagamentos ou recebimentos ocorrendo ao longo do tempo. O fluxo de caixa a seguir representa essa relação de equivalência:

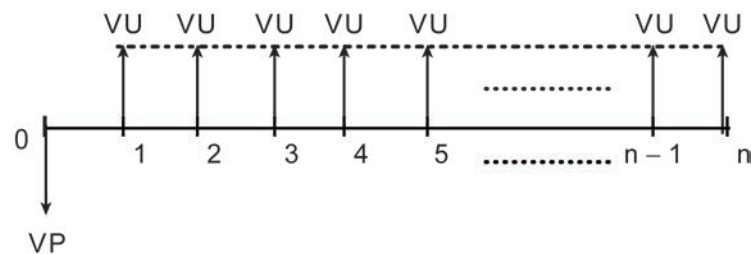


Figura 12 Fluxo de caixa – valor presente de uma série uniforme.

A relação de equivalência entre a série de recebimentos e o valor presente pode ser obtida a partir da transferência dos valores iguais a VU para a data 0 (zero), com a utilização de uma taxa de juros previamente definida e igual a i , então:

$$VP = \frac{VU}{(1+i)^1} + \frac{VU}{(1+i)^2} + \frac{VU}{(1+i)^3} + \dots + \frac{VU}{(1+i)^n}$$

Semelhante ao desenvolvimento da relação anterior, multiplica-se os dois lados da equação por $(1+i)$:

$$VP(1+i) = VU + \frac{VU}{(1+i)^1} + \frac{VU}{(1+i)^2} + \frac{VU}{(1+i)^3} + \dots + \frac{VU}{(1+i)^{n-1}}$$

Subtraindo-se da segunda equação a primeira:

$$VP(1+i) - VP = VU - \frac{VU}{(1+i)^n}$$

$$VP = VU \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$$

2

Exemplo:

A Fábrica de Calçados Moderna Ltda. tomou emprestado de um banco \$40.000 para adquirir novos equipamentos visando melhorar a produtividade de seu sistema de produção. A indústria deverá saldar o financiamento em 12 parcelas mensais iguais a uma taxa de juros de 2,5% a.m. Pretende-se saber qual deverá ser o valor da parcela paga mensalmente.

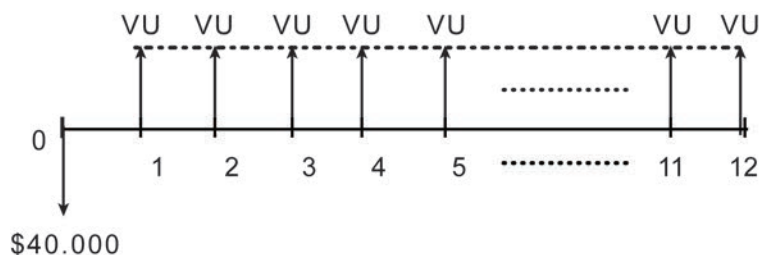


Figura 13 Fluxo de caixa do ponto de vista do banco.

$$VP = VU \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$$

$$VU = VP \left[\frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$VU = 40.000 \left[\frac{(1+0,025)^{12} \cdot 0,025}{(1+0,025)^{12} - 1} \right]$$

$$VU = 3.899,49$$

2.4.3 Relações de equivalência envolvendo série gradiente uniforme

Existem diversas possibilidades de configuração do fluxo de caixa, dependendo do tipo de alternativa de investimento que se analisa. Um fluxo de caixa que representa os custos de manutenção de um equipamento, por exemplo, não apresenta valores constantes ao longo do tempo. Muito provavelmente, esses custos serão crescentes e podem originar o que se denomina de série gradiente.

Uma série gradiente uniforme é representada pela ocorrência de pagamentos ou recebimentos crescentes, em uma proporção G , a partir do segundo período. O fluxo de caixa a seguir ilustra um fluxo gradiente uniforme:

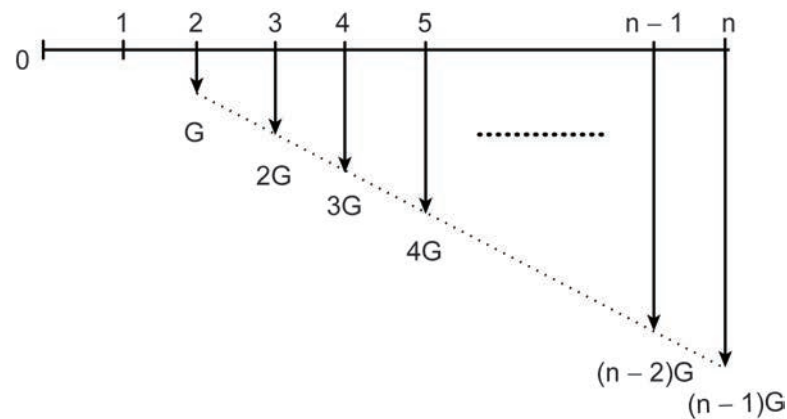


Figura 14 Fluxo de caixa – série gradiente uniforme.

Essa série gradiente uniforme pode ser decomposta em várias séries uniformemente distribuídas. A primeira série inicia-se no segundo período, sendo composta de $(n - 1)$ valores iguais a G . A segunda inicia-se no terceiro período, contendo $(n - 2)$ valores iguais a G . Já a terceira possui $(n - 3)$ valores iguais a G , a quarta, $(n - 4)$, e assim por diante, até a data n , quando existe apenas um valor igual a G . Se VF for o valor futuro dessa série gradiente, então VF será igual à somatória de $VF_1 + VF_2 + VF_3 + \dots + VF_n$:

$$VF = G \left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i} \right] + G \left[\frac{(1+i)^{n-2} - 1}{i} \right] + \dots + G \left[\frac{(1+i)^1 - 1}{i} \right]$$

$$VF = G \left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i} + \frac{(1+i)^{n-2} - 1}{i} + \dots + \frac{(1+i)^1 - 1}{i} \right]$$

$$VF = \frac{G}{i} \left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i) - (n-1) \right]$$

$$VF = \frac{G}{i} \left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i) + 1 \right] - \frac{nG}{i}$$

$$VF = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] - \frac{nG}{i}$$

$$VF = G \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i^2} - \frac{n}{i} \right] \quad 3$$

A relação de equivalência entre uma série gradiente e uma série uniforme pode ser obtida substituindo 1 em 3:

$$VU = G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad 4$$

Substituindo-se 2 em 4 é possível obter a expressão do valor presente de uma série gradiente.

$$VP = G \left[\frac{\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n}{i(1+i)^n} \right]$$

Exemplo:

Uma empresa de aluguel de veículos renovou totalmente sua frota. Os veículos adquiridos são da mesma marca e modelo já utilizados pela empresa. Os registros dos custos de manutenção e operação informam que, ao final do primeiro mês, mantendo-se a mesma média de quilômetros rodados nos últimos períodos, a empresa gastará \$1.000 por veículo. Ainda, pode-se verificar que esses custos aumentarão \$200 por mês. O gerente de operações deseja saber qual é o valor do custo mensal uniforme (CMU) ao longo do primeiro ano para uma taxa de juros de 1% a.m.

O fluxo de caixa representando os gastos com operação e manutenção é o seguinte:

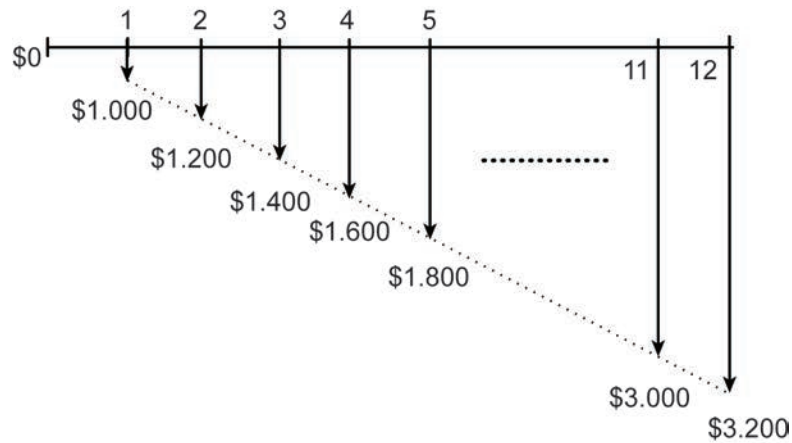


Figura 15 Fluxo de caixa inicial (FC I).

Para atender à solicitação do gerente, deve-se transformar o fluxo de caixa I (FC I) em um fluxo uniformemente distribuído, como o ilustrado a seguir:

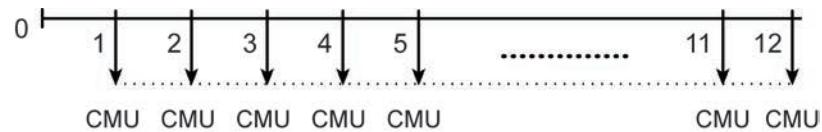


Figura 16 Fluxo de caixa mensalmente uniformemente distribuído.

O fluxo de caixa inicial (FC I) pode ser dividido em dois outros fluxos. O primeiro (FC II) é composto por uma série uniforme de 12 valores mensais de \$1.000. O segundo (FC III) é uma série gradiente uniforme na qual G é igual a \$200. Os diagramas a seguir ilustram essa decomposição:

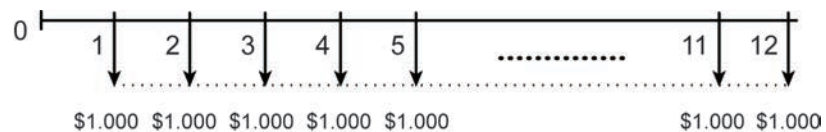


Figura 17 Fluxo de caixa dos custos uniformes (FC II).

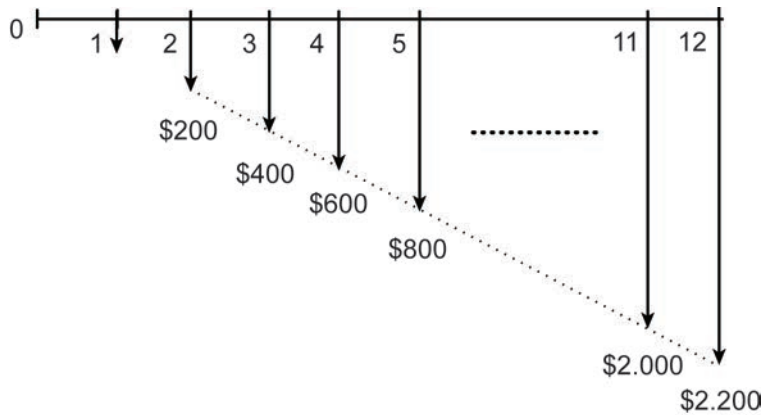


Figura 18 Fluxo de caixa dos custos crescentes (FC III).

O FC III pode ser transformado em um fluxo uniforme. Para isso, pode-se utilizar a relação de equivalência entre uma série gradiente e uma série uniforme:

$$VU = G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$VU(\text{FC III}) = 200 \left[\frac{1}{0,01} - \frac{12}{(1+0,01)^{12} - 1} \right]$$

$$VU(\text{FC III}) = 1.076,29$$

O objetivo é obter o CAU equivalente ao fluxo de caixa inicial (FC I).

Temos que: $\text{FC I} = \text{FC II} + \text{FC III}$

Então: $\text{CAU} = 1.000 + VU(\text{FC III}) = 1.000 + 1.076,29$

$\text{CAU} = 2.076,29$

2.5 Sistemas para pagamentos de empréstimos

Os empréstimos de capital realizados a juros compostos podem ser saldados de diferentes formas ou, de outra maneira, por diferentes métodos. Cada método possui distintas formas de pagamentos dos juros e de devolução do principal emprestado.

Neste tópico, apresentam-se alguns dos métodos mais utilizados no mercado financeiro para pagamento de empréstimos baseados nos conceitos de equivalência a juros compostos desenvolvidos nos tópicos anteriores.

Apresentam-se, a seguir, quatro diferentes sistemas de pagamentos: sistema americano, prestações iguais (ou sistema francês), sistema de amortização constante e sistema de amortização misto. Para o desenvolvimento dos quatro sistemas, utiliza-se a seguinte operação de empréstimo:

Valor do empréstimo (principal) = \$100.000;

Taxa de juros cobrada = 8% a.a.;

Prazo do empréstimo = cinco anos.

2.5.1 Sistema americano

O sistema conhecido como sistema americano de pagamento de empréstimos possui duas variantes. Em uma primeira possibilidade, o pagamento do empréstimo é realizado todo no final, ou seja, os juros e o principal são devolvidos apenas no final do contrato. A tabela a seguir ilustra essa primeira forma de pagamento:

Tabela 4 Pagamento no final.

Final do ano	Saldo devedor	Prestação	Amortização principal	Juros	Saldo devedor após pagamento
0	100.000,00	-	-	-	100.000,00
1	108.000,00	-	-	-	108.000,00
2	116.640,00	-	-	-	116.640,00
3	125.971,00	-	-	-	125.971,00
4	136.048,90	-	-	-	136.048,90
5	146.932,81	146.932,81	100.000,00	46.932,81	0

$$C_n = C_0 (1+i)^n$$

$$C_1 = 100.000(1 + 0,08)^1 = 108.000$$

$$C_5 = 100.000(1 + 0,08)^5 = 146.932,81$$

Outra possibilidade é o pagamento dos juros periodicamente e o principal apenas no final, como pode ser observado na Tabela 5:

Tabela 5 Pagamento dos juros periodicamente e o principal no final.

Final do ano	Saldo devedor (\$)	Prestação (\$)	Amortização principal (\$)	Juros (\$)	Saldo devedor após pagamento (\$)
0	100.000,00	-	-	-	100.000,00
1	108.000,00	8.000,00	-	8.000,00	100.000,00
2	108.000,00	8.000,00	-	8.000,00	100.000,00
3	108.000,00	8.000,00	-	8.000,00	100.000,00
4	108.000,00	8.000,00	-	8.000,00	100.000,00
5	108.000,00	108.000,00	100.000,00	8.000,00	0

SD = Saldo devedor ao final do período após o pagamento.

$$J_1 = SD \times i$$

$$J_1 = 100.000 \times 0,08 = 8.000$$

$$C_1 = 100.000(1 + 0,08)^1 = 108.000$$

2.5.2 Sistema francês

Nesse sistema, as prestações pagas ao longo do período de financiamento são iguais. Isso significa que, em cada prestação paga, estão inseridos os juros do período e parte da amortização do principal.

As prestações são calculadas utilizando a expressão do valor presente de uma série uniforme desenvolvida no tópico anterior. Já os juros são calculados tendo como referência o saldo devedor no final do período anterior ou no início do período atual. A amortização do principal é obtida subtraindo-se, do valor da prestação, os juros do período. A seguir, utiliza-se o exemplo descrito inicialmente para ilustrar a aplicação dessa forma de pagamento:

$$VP = VU \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$$

$$VP = \$100.000$$

$$n = 5 \text{ (nº de prestações)}$$

$$i = 8\% \text{ a.a.}$$

VU = valor das prestações

$$100.000 = \text{VU} \left[\frac{(1 + 0,08)^5 - 1}{(1 + 0,08)^5 \cdot 0,08} \right]$$

$$\text{VU} = 25.045,65$$

Tabela 6 Pagamentos iguais.

Final do ano	Saldo devedor (\$)	Prestação (\$)	Amortização principal (\$)	Juros (\$)	Saldo devedor após pagamento (\$)
0	100.000,00	-	-	-	100.000,00
1	108.000,00	25.045,65	17.045,65	8.000,00	82.954,05
2	89.590,07	25.045,65	18.409,30	6.636,35	64.545,05
3	69.708,65	25.045,65	19.882,05	5.163,60	44.663,00
4	48.236,04	25.045,65	21.472,61	3.573,04	23.190,33
5	25.045,65	25.045,65	23.190,42	1.855,23	0

$$J_1 = \text{SD} \times i$$

$$J_1 = 100.000 \times 0,08 = 8.000$$

$$C_1 = 100.000(1 + 0,08)^1 = 108.000$$

$$\text{Amortização } (A_n) = \text{Prestação } (\text{Pr}) - \text{Juros do período } (J_n)$$

$$A_1 = \text{Pr} - J_1 = 25.045,65 - 8.000,00 = 17.045,65$$

$$A_2 = \text{Pr} - J_2 = 25.045,65 - 0,08 \times 82.954,05 = 18.409,30$$

Outro sistema de pagamentos é o denominado Sistema *Price* (ou Tabela *Price*), que é semelhante ao modelo francês. Entretanto, deve-se ressaltar que, quando se utiliza a Tabela *Price*, se usa como taxa de juros de contrato uma taxa de juros nominal (i_N) que, portanto, deverá ser convertida em efetiva, de acordo com a capitalização definida, para posteriormente ser calculado o valor das prestações.

2.5.3 Sistema de amortização constante

Nesse sistema, também conhecido como SAC, a amortização do principal é constante ao longo do período da operação. O cálculo da amortização é feito dividindo o valor do principal pelo número de parcelas. Os juros, semelhantemente aos outros sistemas, são calculados sobre o saldo do início do período.

As prestações são calculadas somando a amortização mais os juros do período. Os juros são decrescentes, e, assim, as prestações também diminuem ao longo do período da operação.

Utilizando o exemplo mencionado anteriormente, calculam-se os juros, as prestações, a amortização e o saldo devedor ao longo do período de empréstimo:

$$A \text{ (amortização)} = \text{Principal}/n^{\circ} \text{ de prestações (n)}$$

$$A = 100.000/5 = 20.000/\text{ano}$$

$$J_1 = SD \times i$$

$$J_1 = 100.000 \times 0,08 = 8.000$$

$$Pr_n = A + J_n$$

$$Pr_1 = 20.000 + 8.000 = 28.000$$

$$Pr_2 = 20.000 + 80.000 \times 0,08 = 26.400$$

Tabela 7 Amortização constante.

Final do ano	Saldo devedor (\$)	Prestação (\$)	Amortização principal (\$)	Juros (\$)	Saldo devedor após pagamento (\$)
0	100.000,00	-	-	-	100.000,00
1	108.000,00	28.000,00	20.000,00	8.000,00	80.000,00
2	86.400,00	26.400,00	20.000,00	6.400,00	60.000,00
3	64.800,00	24.800,00	20.000,00	4.800,00	40.000,00
4	43.200,00	23.200,00	20.000,00	3.200,00	20.000,00
5	21.600,00	21.600,00	20.000,00	1.600,00	0

2.5.4 Sistema de amortização misto

O sistema de amortização misto (SAM) é uma mescla entre o sistema de pagamentos iguais (sistema francês) e o sistema de amortização constante. A prestação é calculada pela média aritmética das respectivas prestações dos sistemas francês e SAC. A seguir, calcula-se o valor das prestações:

Tabela 8 Prestações SAM.

Final do ano	Prestações sistema francês (\$)	Prestação SAC (\$)	Prestação SAM (\$)
1	25.045,65	28.000,00	$(25.045,65 + 28.000,00)/2 = 26.522,83$
2	25.045,65	26.400,00	25.722,83
3	25.045,65	24.800,00	24.922,87
4	25.045,65	23.200,00	24.122,83
5	25.045,65	21.600,00	23.322,83

Os juros são calculados com base no saldo devedor no início do período, e a amortização é calculada subtraindo da prestação os juros:

$$J_1 = SD \times i$$

$$J_1 = 100.000 \times 0,08 = 8.000$$

$$\text{Amortização } (A_n) = \text{Prestação } (Pr) - \text{Juros do período } (J_n)$$

$$A_1 = Pr - J_1 = 26.522,83 - 8.000,00 = 18.522,83$$

$$A_2 = Pr - J_2 = 25.722,83 - 0,08 \times 81.477,17 = 19.204,66$$

Tabela 9 Sistema SAM.

Final do ano	Saldo devedor (\$)	Prestação (\$)	Amortização principal (\$)	Juros (\$)	Saldo devedor após pagamento (\$)
0	100.000,00	-	-	-	100.000,00
1	108.000,00	26.522,83	18.522,83	8.000,00	81.477,17
2	87.995,34	25.722,83	19.204,66	6.518,17	62.272,51
3	67.254,31	24.922,87	19.941,07	4.981,80	42.331,44
4	45.717,96	24.122,83	20.736,31	3.386,52	21.595,13
5	23.322,83	23.322,83	21.595,14	1.727,69	0

Como pode ser observado na Tabela 9, as prestações são diferentes e decrescentes, os juros também são decrescentes, e a amortização é crescente.

2.6 Considerações finais

Esta unidade teve como objetivo proporcionar aos estudantes conhecimentos a respeito da Matemática Financeira. Inicialmente, apresentou-se o que se denominou de conceitos básicos. Em seguida, foram desenvolvidas relações de equivalência de capitais e apresentados alguns sistemas para pagamentos de empréstimos utilizando capitalização composta.

Considerando os conhecimentos adquiridos nesta unidade, já é possível, na próxima, apresentar os principais métodos utilizados pela Engenharia Econômica para o desenvolvimento de estudos de viabilidade econômica.

UNIDADE 3

Métodos de análise e seleção de
alternativas de investimento

3.1 Primeiras palavras

Nesta unidade, serão apresentados os principais métodos utilizados pela Engenharia Econômica para análise e seleção de alternativas de investimentos. São apresentados quatro métodos: valor presente líquido, valor anual equivalente uniforme, taxa interna de retorno e *payback*.

3.2 Problematizando o tema

Os empreendimentos, de maneira geral, exigem inversões de capital realizadas nos primeiros anos dos projetos. A expectativa do investidor é que o recurso investido retorne acrescido de um determinado valor. Esse valor deve ser suficiente para compensar os riscos incorridos e o adiamento da satisfação ou do consumo. Dessa maneira, como avaliar o retorno que o investimento pode proporcionar aos investidores? De outra maneira, como verificar se o projeto está proporcionando lucro ou prejuízo? Qual a rentabilidade do capital investido em um determinado projeto? Ou ainda, quanto tempo é necessário para recuperar o capital investido? Para responder a essas questões, a Engenharia Econômica utiliza alguns métodos que serão apresentados nesta unidade.

3.3 Taxa mínima de atratividade

Os métodos utilizados pela Engenharia Econômica para o desenvolvimento de estudos de viabilidade são fundamentados nos conceitos de juros e de valor do dinheiro no tempo, discutidos na unidade anterior. Dessa maneira, para avaliar a viabilidade de uma alternativa de investimento, é necessário definir uma taxa de juros a ser utilizada como parâmetro para a avaliação econômica.

Essa taxa de juros é denominada taxa mínima de atratividade ou, de forma semelhante, taxa mínima atrativa de retorno (TMAR). A definição da TMAR é parte de uma política estabelecida pela alta administração da empresa e sujeita a modificações ou ajustes ao longo do tempo, uma vez que será utilizada em diferentes situações para projetos distintos e por pessoas pertencentes a diversos níveis da organização. Não é uma tarefa simples de ser realizada, uma vez que não existe uma única forma para definir qual é a remuneração mínima a ser aceita para um determinado investimento. Alguns aspectos influenciam essa decisão (NOGUEIRA, 2007), como:

- a disponibilidade de recursos;
- o custo dos recursos;

- a taxa de juros paga no mercado por grandes bancos ou por títulos governamentais, para o montante de dinheiro envolvido;
- a previsibilidade do fluxo;
- o horizonte de planejamento do projeto, a curto ou a longo prazo;
- as oportunidades estratégicas que o investimento pode oferecer;
- a aversão ou a propensão ao risco que o investidor pode ter.

Como se pode observar, são diversos os fatores que afetam a definição da TMAR. Em uma mesma empresa, investimentos em projetos distintos podem ter taxas mínimas de atratividade diferentes, assim como um investidor, individualmente, pode estabelecer taxas diferentes para possibilidades de investimentos distintos. De qualquer maneira, a definição da TMAR, por parte da empresa ou do investidor, precede a utilização dos métodos a serem apresentados a seguir.

3.4 Método do valor presente líquido

O método do valor presente líquido, também conhecido como VPL, consiste em avaliar se uma determinada alternativa de investimento, em valores da data 0 (zero), apresenta lucro ou prejuízo. O VPL é calculado transferindo para a data 0 (zero) todos os desembolsos e recebimentos da alternativa de investimento descontados a uma determinada taxa de juros. A taxa de juros utilizada é a que se denominou anteriormente de taxa mínima atrativa de retorno:

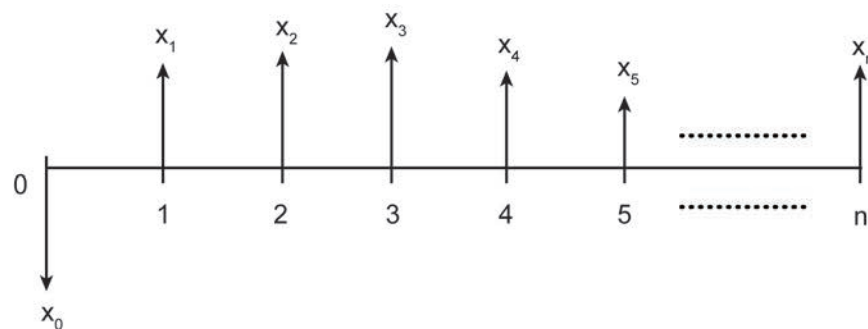


Figura 19 Fluxo de caixa.

$$VPL = \sum_{j=0}^n \frac{X_j}{(1+i)^j} \longrightarrow i = \text{TMAR}$$

A avaliação do investimento deverá ser realizada a partir da análise do resultado da expressão do VPL. Sua aprovação está condicionada ao fato de VPL ser maior do que 0 (zero). Se o VPL for negativo, o retorno do investimento será inferior ao mínimo esperado. Dessa forma, o investimento deverá ser rejeitado. Na situação em que o VPL for igual a 0 (zero), o retorno do projeto será igual à TMAR, não sendo suficiente para tornar a alternativa analisada atrativa. A seguir, apresenta-se um exemplo no qual se utiliza o VPL para verificar a viabilidade econômica de um projeto:

Exemplo 1:

Uma empresa está analisando a possibilidade de investir na aquisição de equipamentos para automatizar o processo de embalagem no final de sua linha de produção. O investimento inicial previsto é da ordem de \$145.000, e espera-se obter economias de custos da ordem de \$38.250 durante cinco anos. Ao final desse prazo, os equipamentos estarão totalmente depreciados, devendo ser substituídos. Sendo a TMAR igual a 8% a.a., verifique se o projeto é viável:

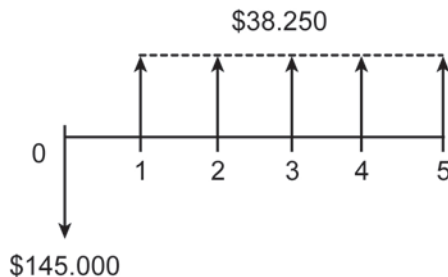


Figura 20 Fluxo de caixa para aquisição de equipamentos de embalagem.

VPL = Valor presente dos desembolsos + Valor presente dos recebimentos

$$VPL = -145.000 + 38.250 \left[\frac{(1 + 0,08)^5 - 1}{(1 + 0,08)^5 \cdot 0,08} \right]$$

VPL = + 7.721,16

Observando o VPL, verifica-se que o valor é positivo, significando que o investimento na compra dos equipamentos é viável. O VPL é uma medida de lucro líquido na data 0 (zero). De outra maneira, representa, em termos absolutos da data 0 (zero), quanto o investimento está proporcionando de retorno além do mínimo estabelecido pela TMAR.

Essa mesma empresa poderia ter definido uma taxa de retorno superior à anterior. Suponhamos uma segunda situação na qual a TMAR é igual a 12% a.a.:

$$VPL = -145.000 + 38.250 \left[\frac{(1+0,12)^5 - 1}{(1+0,12)^5 \cdot 0,12} \right]$$

$$VPL = -7.117,31$$

Como pode ser observado, o VPL, nessa situação, é negativo, o que significa que o retorno é inferior ao mínimo estabelecido pela TMAR. Assim, conclui-se que o investimento não é viável economicamente.

Considere a hipótese de a TMAR ser igual a 10% a.a.:

$$VPL = -145.000 + 38.250 \left[\frac{(1+0,10)^5 - 1}{(1+0,10)^5 \cdot 0,10} \right]$$

$$VPL \cong 0$$

O VPL igual a 0 (zero) mostra que o retorno proporcionado pelo investimento é igual à TMAR, portanto não é suficiente para que o projeto seja implementado.

De maneira semelhante ao que foi realizado no exemplo 1, o VPL pode ser utilizado para analisar e selecionar uma alternativa de investimento entre duas ou mais possíveis. O Exemplo 2 ilustra essa possibilidade:

Exemplo 2:

Um fabricante de produtos cerâmicos está estudando a viabilidade de adquirir um forno para ser instalado junto às suas linhas de produção visando ampliar a capacidade produtiva e melhorar a flexibilidade. Espera-se, com essa iniciativa, alavancar vendas e, conseqüentemente, lucros. Uma pesquisa entre os fabricantes de fornos revelou que existem dois modelos que, do ponto de vista técnico, são adequados às necessidades da empresa. Os dois fornos oferecem benefícios semelhantes no que diz respeito ao aumento de volume e flexibilidade, mas diferem no que se refere ao investimento inicial e ao custo de operação e manutenção. A Tabela 10 apresenta os dados referentes a cada alternativa. Para uma TMAR de 10% a.a., deve-se indicar qual dos dois fornos a empresa deve adquirir:

Tabela 10 Estimativas para os fornos A e B.

Discriminação	Forno A	Forno B
Investimento inicial (\$)	130.000	160.000
Custo anual de operação e manutenção (\$)	25.000	18.000
Valor residual ao final da vida útil (\$)	20.000	40.000
Vida útil (anos)	10	10

Analisa-se inicialmente o forno A representando seu fluxo de caixa e calculando seu VPL para uma TMAR de 10% a.a.:

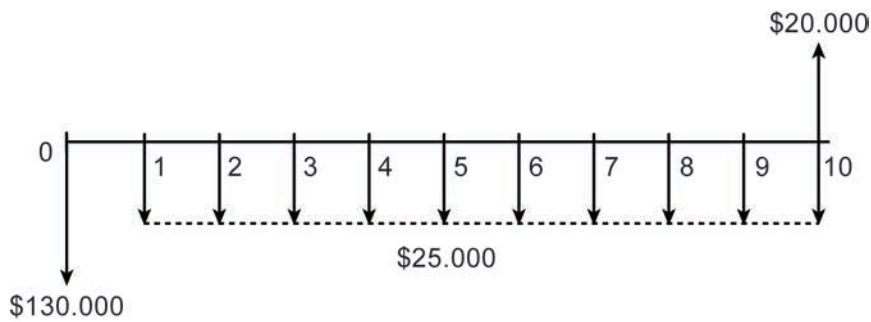


Figura 21 Fluxo de caixa para aquisição do forno A.

$$VPL = -130.000 - 25.000 \left[\frac{(1+0,10)^{10} - 1}{(1+0,10)^{10} \cdot 0,10} \right] + \frac{20.000}{(1+0,1)^{10}}$$

$$VPL_A = -275.903,31$$

Analisando agora o forno B:

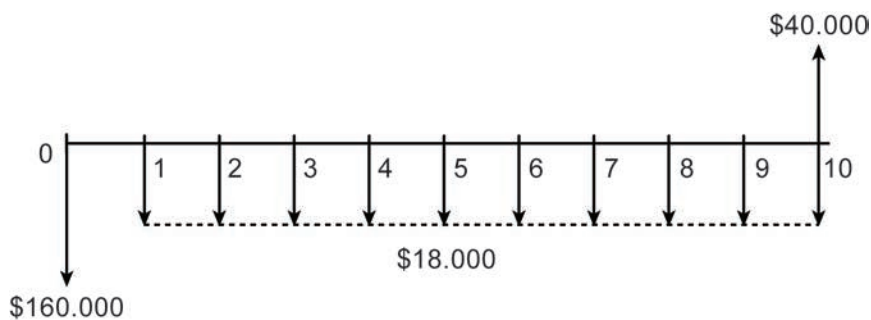


Figura 22 Fluxo de caixa para aquisição do forno B.

$$VPL = -160.000 - 18.000 \left[\frac{(1+0,10)^{10} - 1}{(1+0,10)^{10} \cdot 0,10} \right] + \frac{40.000}{(1+0,1)^{10}}$$

$$VPL_B = -255.180,48$$

Como pode ser observado, $VPL_B > VPL_A$, portanto, a empresa deve optar pela aquisição do forno B.

3.5 Método do valor anual equivalente uniforme

O método do valor anual equivalente uniforme (VAEU) consiste em transformar o fluxo de caixa da alternativa de investimento em análise em um fluxo de caixa uniformemente distribuído, utilizando-se uma TMAR. Para tanto, calcula-se o valor presente líquido de cada alternativa seguido de sua transformação em uma série uniforme.

A comparação deverá ser feita entre os valores anuais equivalentes uniformes de cada alternativa. Quando as alternativas estiverem sendo analisadas, tendo como referência os investimentos iniciais e os retornos líquidos obtidos ao longo do tempo, considera-se como viável a alternativa que apresentar VAEU positivo, sendo a melhor aquela cujo VAEU for mais positivo ou maior. Nessa situação, podemos também chamar o VAEU de benefício anual equivalente uniforme (BAEU). Outra possibilidade é fundamentar a análise apenas nos desembolsos de cada alternativa. Nessa hipótese, a melhor alternativa de investimento será a que apresentar um menor VAEU em termos absolutos ou, de outra maneira, aquela que apresentar um menor Custo Anual Equivalente Uniforme (CAEU).

A seguir, no Exemplo 1, utiliza-se o método do VAEU para a seleção da melhor alternativa de investimento.

Exemplo 1:

Uma empresa está analisando a viabilidade econômica de dois projetos, um deles foi encaminhado pelo setor de manufatura, e o outro pela área de marketing. Em virtude de restrições orçamentárias, apenas um deles poderá ser aprovado. A TMAR utilizada pela empresa é de 12% a.a., e as informações de cada projeto estão representadas na Tabela 11:

Tabela 11 Estimativas para os projetos.

Discriminação	Projeto manufatura (P1)	Projeto marketing (P2)
Investimento inicial (\$)	350.000	420.000
Gastos anuais (\$)	50.000	75.000
Benefícios anuais (\$)	160.000	187.000
Duração (anos)	6	6

Projeto manufatura (P1)

Retorno anual = 160.000 – 50.000 = 110.000

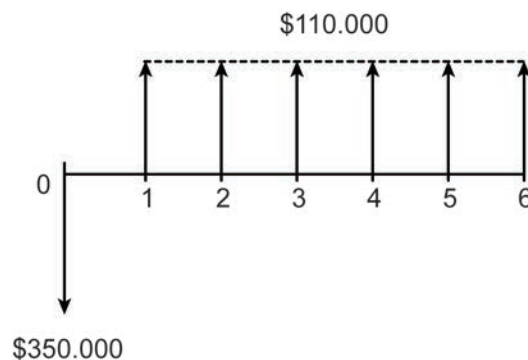


Figura 23 Fluxo de caixa do projeto da manufatura (P1).

Inicialmente pode-se calcular o VPL:

$$VPL_{P1} = -350.000 + 110.000 \left[\frac{(1 + 0,12)^6 - 1}{(1 + 0,12)^6 \cdot 0,12} \right]$$

$$VPL_{P1} = 102.254,81$$

Pelo valor do VPL, já é possível concluir que o projeto é viável ($VPL > 0$). Entretanto, pretende-se desenvolver a análise utilizando o método do VAEU. Dessa forma, é possível transformar o VPL em um valor uniformemente distribuído ao longo dos seis anos:

$$102.254,81 = VAEU_{P1} \left[\frac{(1 + 0,12)^6 - 1}{(1 + 0,12)^6 \cdot 0,12} \right]$$

$$VAEU_{p_1} = 24.871,00$$

Como $VAEU_{p_1}$ é maior do que 0 (zero), semelhante à análise do VPL, conclui-se que o projeto do setor de manufatura é viável.

Projeto marketing (P2)

$$\text{Retorno anual} = 187.000 - 75.000 = 112.000$$

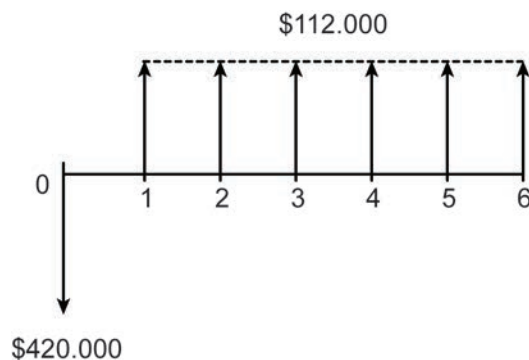


Figura 24 Fluxo de caixa do projeto do marketing (P2).

$$VPL_{p_2} = -420.000 + 112.000 \left[\frac{(1 + 0,12)^6 - 1}{(1 + 0,12)^6 \cdot 0,12} \right]$$

$$VPL_{p_2} = 40.477,62$$

Utilizando o VPL, é possível observar que o projeto do setor de marketing também é viável. Entretanto, pretende-se analisar a viabilidade do projeto utilizando o VAEU. Assim, deve-se distribuir o VPL uniformemente pelos seis anos:

$$40.477,62 = VAEU_{p_2} \left[\frac{(1 + 0,12)^6 - 1}{(1 + 0,12)^6 \cdot 0,12} \right]$$

$$VAEU_{p_2} = 9.845,20$$

O $VAEU_{p_2}$ também é maior do que 0 (zero), significando que o projeto é viável. Comparando o VAEU dos dois projetos, verifica-se que $VAEU_{p_1}$ é maior que o $VAEU_{p_2}$. Portanto, o projeto 1 (manufatura) é melhor que o projeto 2 (marketing).

O método do VAEU tem outra característica muito importante que deve ser ressaltada. É o método mais apropriado para comparar alternativas de investimento com vidas diferentes. Isso se deve ao fato de o método implicitamente já considerar que, nessa hipótese, antes de se realizar a comparação das alternativas, deve-se igualar seus horizontes por meio da repetição do investimento inicial (OLIVEIRA, 1982; HIRSCHFELD, 1989; PILÃO & HUMMEL, 2003). Dessa maneira, para o analista, torna-se um método de utilização muito prático. O Exemplo 2 ilustra a situação na qual as alternativas têm vidas diferentes.

Exemplo 2:

Uma empresa está estudando a possibilidade de aquisição de um equipamento a ser utilizado em seu processo produtivo visando melhorar a flexibilidade do processo. O equipamento X exige um investimento inicial de \$650.000, apresenta benefícios esperados que somam \$120.000 por ano e tem uma vida útil estimada em 8 anos. Já o equipamento Y custa \$850.000, proporciona benefícios anuais da ordem de \$135.000 e tem vida útil estimada de 10 anos. Para uma TMAR de 8% a.a., qual dos equipamentos a empresa deve adquirir?

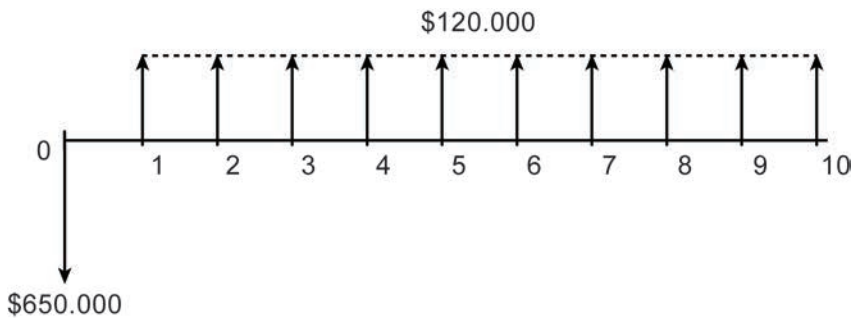


Figura 25 Fluxo de caixa do equipamento X.

$$VAEU_x = 120.000 - 650.000 \left[\frac{(1 + 0,08)^8 \cdot 0,08}{(1 + 0,08)^8 - 1} \right]$$

$$VAEU_x = 6.890,41$$

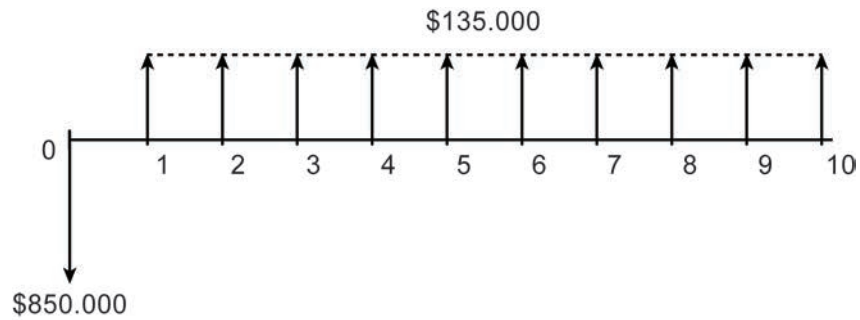


Figura 26 Fluxo de caixa do equipamento Y.

$$VAEU_Y = 135.000 - 850.000 \left[\frac{(1 + 0,08)^{10} \cdot 0,08}{(1 + 0,08)^{10} - 1} \right]$$

$$VAEU_Y = 8.324,93$$

Pode-se verificar que $VAEU_Y > VAEU_X$; portanto, a melhor alternativa é adquirir o equipamento Y.

3.6 Método da taxa interna de retorno

O método da taxa interna de retorno possibilita uma análise da alternativa de investimento por meio de sua rentabilidade. Essa importante informação que o método oferece o torna muito utilizado na prática, para avaliação de retornos proporcionados por investimentos ou custos de operações financeiras.

A taxa interna de retorno, costumeiramente abreviada por TIR, é a taxa de juros que torna o valor presente dos recebimentos igual ao valor presente dos desembolsos de um fluxo de caixa. De outra maneira, a TIR é a taxa de juros que faz com que o valor presente líquido do fluxo de caixa seja igual a 0 (zero). Considere o fluxo de caixa genérico a seguir:

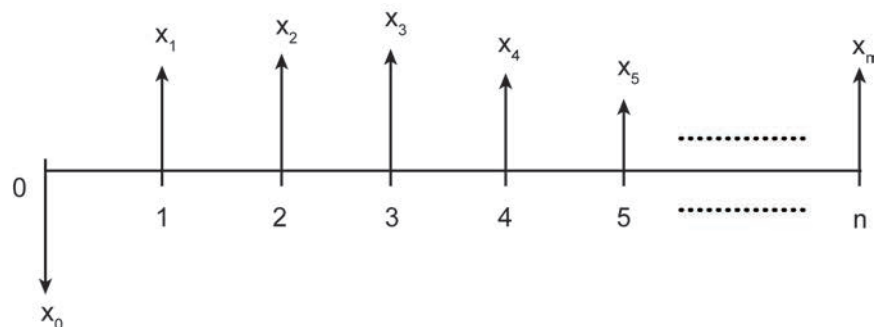


Figura 27 Fluxo de caixa de um projeto genérico.

$$VPL = \sum_{j=0}^n \frac{X_j}{(1+i)^j} = 0 \longrightarrow i = TIR$$

Dependendo do fluxo de caixa, a equação obtida, quando se iguala o VPL a 0 (zero), apresenta um determinado grau de dificuldade em sua solução. Uma maneira de contornar esse problema é utilizar um método iterativo, no qual se calcula a taxa por tentativa e erro.

Nas ocasiões em que o fluxo de caixa apresentar apenas uma variação de sinal ao longo do tempo, a equação resultante apresentará apenas uma raiz real positiva, no caso a TIR procurada. A Figura 28 representa a variação do VPL em função da taxa de juros i :

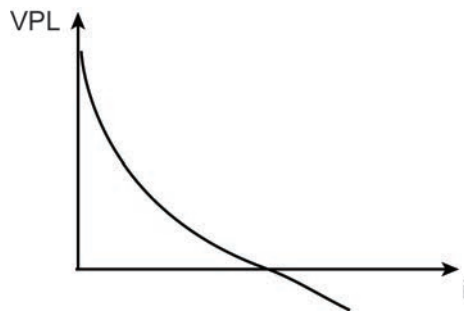


Figura 28 Representação gráfica do valor presente em função da taxa de juros i .

A aprovação da alternativa de investimento analisada dependerá do valor encontrado para a TIR. Se a TIR for maior que a TMAR, a alternativa analisada será viável economicamente; caso contrário, não. A TIR representa a rentabilidade do investimento analisado, e a TMAR, como discutido anteriormente, a referência utilizada para estudar a viabilidade da alternativa de investimento.

Exemplo 1:

Um empresário do setor imobiliário está estudando a viabilidade de investir na construção de um novo loteamento. O investimento inicial requerido está estimado em \$556.000, e espera-se obter um retorno anual de \$154.240 durante cinco anos. Se a TMAR é de 8% a.a., verifique a viabilidade do investimento utilizando o método da taxa interna de retorno:

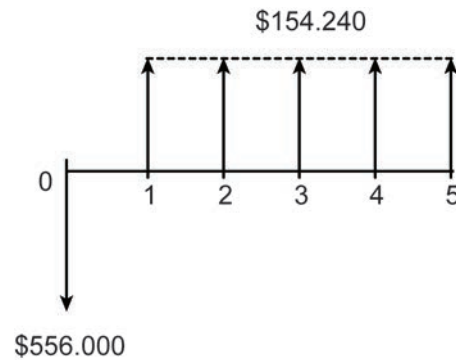


Figura 29 Fluxo de caixa para o investimento imobiliário.

A TIR é a taxa de juros que torna o VPL igual a 0 (zero).

Então:

$$\text{VPL} = -556.000 + 154.240 \left[\frac{(1+i)^5 - 1}{(1+i)^5 \cdot i} \right]$$

Utilizando o método iterativo, estima-se um valor inicial par i como, por exemplo, 8% a.a.:

$$\text{VPL} = -556.000 + 154.240 \left[\frac{(1+0,08)^5 - 1}{(1+0,08)^5 \cdot 0,08} \right] = +59.835,60$$

Como o valor obtido é positivo, se for observado o gráfico da Figura 28, a TIR será maior que 8% a.a. Dessa forma, deve-se estimar um outro valor, por exemplo, 15% a.a.:

$$\text{VPL} = -556.000 + 154.240 \left[\frac{(1+0,15)^5 - 1}{(1+0,15)^5 \cdot 0,15} \right] = -38.963,60$$

O valor do VPL é agora negativo, indicando que a TIR é menor que 15% a.a. Assim, é possível concluir que a TIR está no intervalo entre 8% a.a. e 15% a.a., embora mais próxima de 15% a.a. Seria possível continuar testando valores de i na equação do VPL até que essa equação zerasse. Entretanto, visando a acelerar o processo, pode-se realizar uma interpolação linear, como mostrado a seguir:

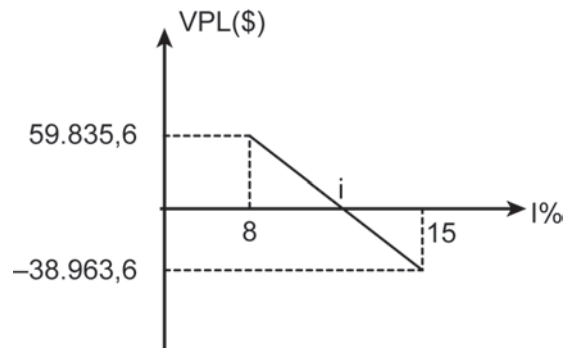


Figura 30 Representação gráfica para a primeira interpolação linear.

$$\frac{15 - i^*}{38.963,60} = \frac{i^* - 8}{59.835,60}$$

$$38.963,60i^* - 311.708,80 = 897.534,00 - 59.835,60i^*$$

$$i^* = 12,24$$

É necessário testar 12,24% a.a. na equação do VPL:

$$VPL = -556.000 + 154.240 \left[\frac{(1 + 0,1224)^5 - 1}{(1 + 0,1224)^5 \cdot 0,1224} \right] = -3.289,24$$

Como se pode observar, o valor de 12,24% a.a. ainda não tornou o VPL igual a 0 (zero), embora o valor obtido esteja bem mais próximo de 0 (zero) do que os valores anteriores. Para melhorar a precisão, deve-se proceder a uma nova interpolação, agora entre 8% a.a. e 12,24% a.a.:

$$\frac{12,24 - i^*}{3.289,24} = \frac{i^* - 8}{59.835,60}$$

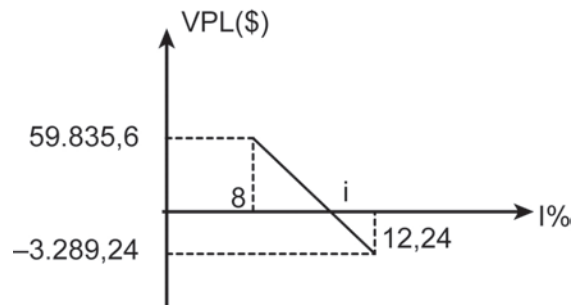


Figura 31 Representação gráfica para a segunda interpolação linear.

$$3.289,24i^* - 26.313,92 = 732.387,74 - 59.835,60i^*$$

$$i^* = 12,02$$

Substituindo 12,02% a.a. na equação do VPL:

$$VPL = -556.000 + 154.240 \left[\frac{(1 + 0,1202)^5 - 1}{(1 + 0,1202)^5 \cdot 0,1202} \right] = -274,69$$

Para 12,02% a.a., o VPL ainda não é nulo, embora mais próximo a 0 (zero). Para um valor mais preciso, seria necessário proceder a uma nova interpolação. O valor exato da TIR para esse exemplo é 12,00% a.a.

Como a TIR > TMAR, pode-se concluir que o investimento é viável.

Como o exemplo anterior mostrou, quando existe apenas uma alternativa de investimento e deseja-se analisar sua viabilidade, é necessário calcular a TIR e compará-la com a TMAR. Entretanto, quando existem duas ou mais alternativas de investimento para serem analisadas e selecionadas, é preciso escolher uma ou outra por meio de uma análise incremental (OLIVEIRA, 1982; NEWNAM & LAVELLE, 2000; NOGUEIRA, 2007). A comparação simples e direta das taxas de retorno de cada alternativa não deve ser realizada sob pena de tomar uma decisão incorreta.

De maneira sistemática, para realizar a análise incremental, para duas ou mais alternativas de investimento, devem-se seguir tais procedimentos:

- Classificar as alternativas em consideração, ordenando-as pelo investimento inicial;
- Selecionar como alternativa aceitável aquela de menor investimento e com taxa de retorno maior ou igual à TMAR;

- Comparar a alternativa aceitável com a desafiante, tirar as diferenças e verificar a TIR; se a TIR for menor ou igual à TMAR, descartar a desafiante; se a TIR for maior que a TMAR, a desafiante será a nova alternativa aceitável;
- Repetir o procedimento anterior até esgotar as alternativas.

Exemplo 2:

Uma empresa está analisando três alternativas de investimento propostas pela área de manufatura. Em virtude de restrições financeiras, apenas uma delas deverá ser selecionada. Sabendo-se que a TMAR utilizada pela empresa é de 10% a.a., recomende a alternativa a ser escolhida utilizando o método da taxa interna de retorno. A Tabela 12 apresenta os dados para a elaboração dos fluxos de caixa:

Tabela 12 Dados das alternativas.

	Alternativa A	Alternativa B	Alternativa C
Investimento inicial (\$)	500.000	300.000	420.000
Economias com custos de mão de obra e manutenção (\$)	105.000	60.000	90.000
Valor residual (\$)	200.000	100.000	180.000
Vida útil (anos)	5	5	5

Seguindo o procedimento recomendado anteriormente, deve-se inicialmente ordenar as alternativas pelo investimento inicial:

Tabela 13 Alternativas ordenadas.

	Alternativa B	Alternativa C	Alternativa A
Investimento inicial (\$)	300.000	420.000	500.000
Economias com custos de mão de obra e manutenção (\$)	60.000	90.000	105.000
Valor residual (\$)	100.000	180.000	200.000
Vida útil (anos)	5	5	5

Em seguida, deve-se analisar isoladamente a alternativa de menor investimento, no caso a B. Para isso, calcula-se a TIR da alternativa B:

$$VPL_B = -300.000 + 60.000 \left[\frac{(1+i)^5 - 1}{(1+i)^5 \cdot i} \right] + \frac{100.000}{(1+i)^5}$$

Para i igual a 8% a.a.:

$$VPL_B = -300.000 + 60.000 \left[\frac{(1+0,08)^5 - 1}{(1+0,08)^5 \cdot 0,1} \right] + \frac{100.000}{(1+0,08)^5} = +7.620,92$$

Como o VPL é positivo, sabe-se que a TIR é maior que 8% a.a. Dessa forma, é necessário estimar um valor maior que 8% a.a. Suponha uma taxa de 10% a.a.:

$$VPL_B = -300.000 + 60.000 \left[\frac{(1+0,1)^5 - 1}{(1+0,1)^5 \cdot 0,1} \right] + \frac{100.000}{(1+0,1)^5} = -10.460,66$$

O VPL é negativo, o que significa que a TIR é menor que 10% a.a. Com os valores positivo e negativo do VPL, é possível fazer uma interpolação linear:

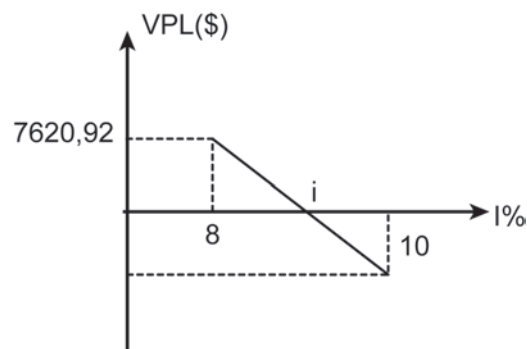


Figura 32 Representação gráfica para interpolação linear.

$$\frac{10 - i^*}{10.460,66} = \frac{i^* - 8}{7.620,92}$$

$$i^* = 8,84$$

Para $i = 8,84$, o $VPL = -176,57$. Assim, deve-se fazer uma nova interpolação entre 8,84% a.a. e 8% a.a.:

$$\frac{8,84 - i^*}{176,57} = \frac{i^* - 8}{7.620,92}$$

$$i^* = 8,82$$

Para $i = 8,82$, o $VPL = 0$. Então, $TIR_B = 8,82\%$ a.a.

Como $TIR_B (8,82\% \text{ a.a.}) < TMAR (10\% \text{ a.a.})$, a alternativa B não é viável economicamente, devendo ser descartada.

Dessa forma, é necessário analisar a alternativa C isoladamente:

$$VPL_C = -420.000 + 90.000 \left[\frac{(1+i)^5 - 1}{(1+i)^5 \cdot i} \right] + \frac{180.000}{(1+i)^5}$$

Utilizando o mesmo procedimento anterior, deve-se estimar valores de i , calcular o VPL e fazer interpolações até encontrar o valor da TIR. A alternativa C tem uma TIR_C igual a $12,53\%$ a.a.

Como $TIR_C (12,53\% \text{ a.a.}) > TMAR (10\% \text{ a.a.})$, a alternativa C é viável economicamente. Assim, pode ser chamada de alternativa corrente aceitável. Na sequência, deve ser comparada com a alternativa A por meio de uma análise incremental:

Tabela 14 Representação dos fluxos para análise incremental.

Final do ano	Alternativa C (\$)	Alternativa A (\$)	Fluxo incremental (A - C) (\$)
0	-420.000	-500.000	-80.000
1	90.000	105.000	15.000
2	90.000	105.000	15.000
3	90.000	105.000	15.000
4	90.000	105.000	15.000
5	270.000	305.000	35.000

Deve-se, então, calcular a TIR do fluxo de caixa incremental:

$$VPL_I = -80.000 + 15.000 \left[\frac{(1+i)^4 - 1}{(1+i)^4 \cdot i} \right] + \frac{35.000}{(1+i)^5}$$

Utilizando o processo iterativo, como mostrado anteriormente, chega-se a um valor da TIR para o fluxo de caixa incremental de 5,24% a.a.

Assim, pode-se observar que $TIR_i (5,24\% \text{ a.a.}) < TMAR (10\% \text{ a.a.})$; portanto, o investimento incremental não é viável. Se o investimento incremental não for viável, a alternativa A não será melhor do que a alternativa C. Como conclusão, deve-se recomendar que a empresa invista na alternativa C.

3.7 Método do *payback*

O *payback* é um método muito utilizado na prática para avaliar viabilidade econômica de alternativas de investimento. Seu uso, em muitas ocasiões, se deve em parte ao fato de ser um método de fácil operacionalização e, em parte, em virtude do tipo de informação que oferece ao analista. Entretanto, como será demonstrado na sequência, é um método que apresenta algumas limitações.

O método do *payback* avalia o tempo de recuperação do capital investido. Se o tempo de retorno do capital investido na alternativa de investimento analisada estiver dentro do estabelecido pela empresa, a alternativa será viável e aprovada; caso contrário, será rejeitada.

O tempo de recuperação do capital investido faz parte de uma política estabelecida pela empresa para avaliar os investimentos realizados em projetos diversos na organização. Na determinação desse tempo, vários fatores são considerados, mas deve-se dar destaque especial à avaliação dos riscos. O exemplo a seguir ilustra a utilização do método.

Exemplo 1:

Uma empresa multinacional do setor de alimentos está analisando a viabilidade de dois projetos relacionados ao setor de distribuição de seus produtos ao mercado varejista. A empresa estabeleceu como política para investimentos em suas plantas no Brasil um *payback* de cinco anos. Os projetos requerem investimentos iniciais diferentes, proporcionam benefícios distintos, possuem vidas iguais (10 anos) e valores residuais nulos.

Tabela 15 Representação dos fluxos dos projetos.

Final do ano	Projeto X (\$)	Projeto Y (\$)
0	-335.000	-415.000
1	30.000	100.000
2	90.000	115.000
3	95.000	200.000
4	120.000	100.000
5	70.000	70.000
6	70.000	50.000
7	70.000	20.000
8	90.000	20.000
9	95.000	20.000
10	120.000	20.000

O método avalia o tempo de recuperação do capital por meio do cálculo do fluxo de caixa acumulado de cada projeto, como demonstrado a seguir.

Tabela 16 Representação do fluxo acumulado dos projetos.

Final do ano	Fluxo de caixa acumulado Projeto X (\$)	Fluxo de caixa acumulado Projeto Y (\$)
0	-335.000	-415.000
1	$-335.000 + 30.000 = -305.000$	$-415.000 + 100.000 = -315.000$
2	$-305.000 + 90.000 = -215.000$	$-315.000 + 115.000 = -200.000$
3	$-215.000 + 95.000 = -120.000$	$-200.000 + 200.000 = 0$
4	$-120.000 + 120.000 = 0$	100.000
5	70.000	170.000
6	140.000	220.000
7	210.000	240.000
8	300.000	260.000
9	395.000	280.000
10	515.000	300.000

O tempo de recuperação do capital para o projeto X é de quatro anos; já para o projeto Y, é de três anos. Os dois projetos têm um *payback* inferior ao tempo estabelecido pela empresa, significando que ambos são viáveis. Entretanto, o projeto Y tem um *payback* menor do que o do projeto X, devendo ser o escolhido.

O método utilizado em sua forma padrão consiste nos procedimentos apresentados anteriormente. Entretanto, um observador mais atento poderia fazer alguns questionamentos em relação ao método, como:

- É possível calcular o fluxo de caixa acumulado da maneira como foi feito no exemplo?
- O que acontece com a variação de caixa após o fluxo de caixa acumulado ter zerado?

As duas questões são pertinentes e apontam para inconsistências conceituais do método. Para Oliveira (1982), esse método, amplamente utilizado pela simplicidade dos cálculos, apresenta deficiências que podem conduzir a decisões incorretas. Os dois principais problemas com o método e que respondem ao questionamento anterior são:

- Em primeiro lugar, no cálculo do fluxo acumulado, soma-se dinheiro em datas diferentes. Assim, o método não considera um conceito muito importante que é o valor do dinheiro no tempo.
- O método avalia o tempo necessário para zerar o fluxo acumulado, mas não considera o fluxo de caixa como um todo, embora considerá-lo assim seja fundamental para ter convicção do retorno proporcionado pelo investimento.

Devido a essas questões, recomenda-se que, na prática, esse método não seja utilizado isoladamente como única referência para a seleção das alternativas de investimento. O *payback* poderá ser útil se usado em conjunto com outro método – VPL, TIR ou VAEU –, como uma ferramenta auxiliar para a tomada de decisão.

Também é possível incorporar algumas melhorias ao método, procurando eliminar as inconsistências apresentadas anteriormente e oferecer ao tomador de decisão informações importantes, como o tempo de recuperação do capital investido. Para isso, considere, para o exemplo anterior, uma taxa de juros (TMAR) de 10% a.a. para calcular o fluxo de caixa acumulado ao valor presente ou o que se denomina de *payback* descontado. A Tabela 15 apresenta os resultados obtidos.

O projeto X tem seu fluxo de caixa acumulado positivo ao final do sexto ano; já no projeto Y, o fluxo acumulado torna-se positivo um ano antes, ou seja, ao final do quinto ano. Embora a diferença seja pequena, o quesito recuperação de capital é favorável ao projeto Y. Entretanto, para a análise ser completa, é fundamental que se considere o comportamento do fluxo de caixa dos projetos nos anos seguintes. Nesse sentido, pode-se verificar que, já a partir do oitavo

ano, o fluxo acumulado do projeto X passa a ser mais favorável, mantendo-se assim até o décimo e último ano do projeto.

O valor encontrado ao final dos dez anos para os dois projetos nada mais é que o VPL para os projetos para uma TMAR de 10% a.a. Nessa situação, pode-se concluir que o projeto X é melhor do que o projeto Y, pois seu VPL é maior, contrariando a decisão indicada pelo uso do método do *payback* na sua forma original.

Assim:

$$\text{VPL X} = +167.428,28$$

$$\text{VPL Y} = +96.989,04$$

$\text{VPL X} > \text{VPL Y}$, portanto X é melhor que Y.

Tabela 17 Representação do fluxo acumulado a valor presente dos projetos.

Final do ano	Fluxo de caixa acumulado a valor presente Projeto X	Fluxo de caixa acumulado a valor presente Projeto Y
0	-335.000	-415.000
1	$-335.000 + \frac{30.000}{(1+0,1)^1} = -307.727,27$	-324.090,91
2	$-307.727,27 + \frac{90.000}{(1+0,1)^2} = -233.347,11$	-229.049,59
3	$-233347,11 + \frac{95.000}{(1+0,1)^3} = -161.972,20$	-78.786,63
4	$-161.972,20 + \frac{120.000}{(1+0,1)^4} = -80.010,59$	-10.485,28
5	$-80.010,59 + \frac{70.000}{(1+0,1)^5} = -36.546,09$	+32.979,21
6	$-36.546,09 + \frac{70.000}{(1+0,1)^6} = +2.967,08$	+61.202,91

Tabela 17 *Continuação...*

Final do ano	Fluxo de caixa acumulado a valor presente Projeto X	Fluxo de caixa acumulado a valor presente Projeto Y
7	$2.967,08 + \frac{70.000}{(1+0,1)^7} = +38.888,15$	+71.466,07
8	$38.888,15 + \frac{90.000}{(1+0,1)^8} = +80.873,81$	+80.796,22
9	$80.873,81 + \frac{95.000}{(1+0,1)^9} = +121.163,09$	+89.278,17
10	$121.163,09 + \frac{120.000}{(1+0,1)^{10}} = +167.428,28$	+96.989,04

3.8 Considerações finais

Nesta unidade, foram apresentados alguns dos métodos mais utilizados para análise e avaliação de alternativas de investimento, ou seja, o método do valor presente líquido, do valor anual equivalente uniforme da taxa interna de retorno e o método do *payback*. Discutiu-se também um aspecto importante na utilização desses métodos que é a seleção da taxa de juros a ser utilizada como parâmetro para a avaliação das alternativas de investimento. Essa taxa comumente recebe a denominação de taxa mínima atrativa de retorno (TMAR).

Na próxima unidade, desenvolve-se outro importante tema envolvendo a alocação de capital nas empresas, ou seja, a substituição de equipamentos.

UNIDADE 4

Substituição de equipamentos

4.1 Primeiras palavras

Nesta unidade, será apresentado mais um importante tema no campo da Engenharia Econômica: substituição de equipamentos. Inicialmente apresentam-se alguns fatores que podem resultar na substituição de um ativo, seguido da definição do conceito de *sunk cost* e de sua aplicação por meio de um exemplo de análise de substituição. Na sequência, define-se o conceito de vida econômica, e apresentam-se os procedimentos a serem seguidos para a realização de estudos de substituição.

4.2 Problematizando o tema

Na gestão das empresas, uma questão com a qual os administradores constantemente se deparam é a possibilidade da substituição dos equipamentos existentes. Novos padrões de concorrência, desenvolvimento de novas tecnologias ou mesmo o desgaste físico de um bem podem resultar na necessidade de sua substituição. A questão a ser respondida é: como realizar um estudo de viabilidade, recomendando ou não a substituição de um bem, ou ainda a periodicidade em que se devem renovar esses bens? Dessa maneira, nesta unidade, pretende-se apresentar os principais conceitos e técnicas necessárias à realização de estudos de substituição de equipamentos.

4.3 Análise de substituição de equipamentos

As empresas adquirem bens ou ativos que são destinados às suas atividades produtivas. À medida que esses ativos são utilizados, diversos fatores podem ocorrer que suscitem a possibilidade de substituí-los (NOGUEIRA, 2007), como:

- o desgaste físico dos equipamentos, tornando os custos de operação e manutenção excessivamente altos;
- o surgimento de equipamentos tecnologicamente mais avançados que aumentam a produtividade ou a flexibilidade do sistema de produção;
- a necessidade de aumentar a capacidade de produção visando atender à demanda;
- a falta de capacidade técnica para atingir o rigor dimensional exigido no projeto do produto;
- a necessidade de atender aos requisitos ambientais.

Cabe ao administrador analisar cada situação e verificar se as circunstâncias ou os determinados objetivos a serem atingidos pela empresa exigem a substituição de equipamentos. Também deve ser considerada função do administrador, estabelecer políticas de renovação de equipamentos a partir da avaliação dos investimentos requeridos para a aquisição de equipamentos novos e do perfil dos custos incorridos com sua utilização à medida que sua vida útil vai se esvaecendo.

Antes de apresentar os procedimentos necessários para realizar uma análise de substituição, é necessário abordar um conceito muito importante: *sunk cost*.

O conceito de *sunk cost*

Quando se analisam diferentes alternativas de investimentos, é necessário estar atento às diferenças proporcionadas por elas no futuro. São essas diferenças as principais referências para o processo decisório no qual será selecionada uma ou mais alternativas de investimento a serem implementadas pela empresa.

Assim, em estudos econômicos, somente o futuro dos ativos deve ser considerado, os custos passados devem ser pensados como se fossem custos incorridos e não possíveis de ser recuperados ou como *sunk costs* (GRANT, IRESON & LEAVENWORTH, 1990).

Outro aspecto importante a ser considerado na análise de substituição de um ativo usado é que seu valor residual no presente deve ser considerado como se fosse o investimento requerido caso a empresa resolva permanecer utilizando o ativo por mais um tempo. O exemplo apresentado a seguir ilustra uma análise de substituição utilizando a observação anterior, assim como o conceito de *sunk cost*.

Exemplo 1:

Uma empresa industrial adquiriu um equipamento há cinco anos pagando \$120.000. O equipamento tem uma vida útil estimada em 10 anos, custos de operação e manutenção de \$10.000 no primeiro ano de utilização, que aumentam a uma proporção de \$2.000 por ano, e um valor residual no final da vida útil de \$12.000. Um equipamento de tecnologia mais moderna pode ser adquirido atualmente por \$140.000, e apresenta um custo de operação e manutenção de \$15.000 por ano, uma vida útil estimada em oito anos e um valor residual, ao final de oito anos, de \$20.000. Se o equipamento usado pode ser vendido no mercado a um preço de \$60.000 e a TMAR for de 10% a.a., o equipamento usado deverá ser substituído?

- Alternativa 1: permanecer com o equipamento usado

Para analisar a alternativa 1, é necessário inicialmente fazer duas considerações. A primeira é que os *sunk costs* devem ser desprezados. Isso significa que o valor pago inicialmente para adquirir o equipamento (\$120.000), assim como os custos de operação e manutenção incorridos nos cinco primeiros anos – \$10.000, \$12.000, \$14.000, \$16.000 e \$18.000 – devem ser descartados. A segunda consideração é que o valor atual de mercado do equipamento usado (\$60.000) deve ser entendido como o investimento necessário caso a empresa resolva permanecer por mais um tempo com o equipamento usado. Dessa maneira, o fluxo de caixa para a alternativa 1 é o seguinte:

Tabela 18 Fluxo de caixa da alternativa 1.

Final do ano	Fluxo de caixa
0	-60.000
1	-20.000
2	-22.000
3	-24.000
4	-26.000
5	-28.000 + 12.000

O VPL pode ser calculado trazendo individualmente os valores do fluxo de caixa para a data 0 (zero):

$$VPL = -60.000 - \frac{20.000}{(1+0,1)^1} - \frac{22.000}{(1+0,1)^2} - \frac{24.000}{(1+0,1)^3} - \frac{26.000}{(1+0,1)^4} - \frac{16.000}{(1+0,1)^5}$$

$$VPL = -142.088,28$$

O VPL pode ser convertido em um CAEU:

$$142.088,28 = CAEU \left[\frac{(1+0,1)^5 - 1}{(1+0,1)^5 \cdot 0,1} \right]$$

$$CAEU_1 = 37.482,53$$

- Alternativa 2: adquirir o equipamento novo

Tabela 19 Fluxo de caixa da alternativa 2.

Final do ano	Fluxo de caixa
0	-140.000
1	-15.000
2	-15.000
3	-15.000
4	-15.000
5	-15.000
6	-15.000
7	-15.000
8	-15.000 + 20.000

O VPL para a alternativa 2 é o seguinte:

$$VPL = -140.000 - 15.000 \left[\frac{(1+0,1)^8 - 1}{(1+0,1)^8 \cdot 0,1} \right] + \frac{20.000}{(1+0,1)^8}$$

$$VPL = -210.693,75$$

$$210.693,75 = CAEU_2 \left[\frac{(1+0,1)^8 - 1}{(1+0,1)^8 \cdot 0,1} \right]$$

$$CAEU_2 = 39.493,28$$

Portanto, como o $CAEU_1 < CAEU_2$, o equipamento usado não deve ser substituído.

4.3.1 Substituição baseada na vida econômica

Outro conceito importante para a análise de substituição é o de vida econômica. A vida econômica pode ser definida como aquele período que resultará no mais baixo custo anual equivalente de prover um determinado serviço (GRANT, IRESON & LEAVENWORTH, 1990). De outra maneira, a vida econômica de um

ativo pode ser entendida como o tempo de utilização de um ativo que minimiza o custo anual equivalente ou que maximiza os retornos obtidos com sua utilização.

Assim, a substituição de um ativo qualquer deve ser realizada tendo como referência sua vida econômica. O exemplo realizado a seguir ilustra o cálculo da vida econômica de um bem.

Exemplo 2:

Uma empresa possui uma frota de automóveis que utiliza na prestação de serviços de assistência técnica aos clientes. O gerente de operações deseja elaborar uma política para substituição desses veículos. Considerando os valores de mercado e os custos de operação descritos na Tabela 20, determine a vida econômica dos veículos para uma taxa de juros de 10% a.a.

Tabela 20 Dados do automóvel.

Ano	Valor do automóvel (\$)	Custo de operação (\$)
0	30.000	-
1	24.000	3.000
2	19.200	4.500
3	15.360	6.000
4	12.288	7.500
5	9.830	9.000
6	7.864	10.500

Para a determinação da vida econômica do automóvel, deve-se verificar o comportamento do custo anual equivalente para diferentes horizontes.

- Para um ano de uso:

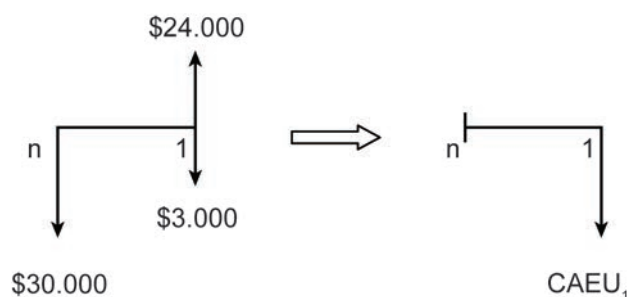


Figura 33 Fluxo de caixa para um ano de uso do automóvel.

$$CAE_1 = 30.000(1 + 0,1)^1 + 3.000 - 24.000$$

$$CAE_1 = 12.000$$

- Para dois anos de uso:

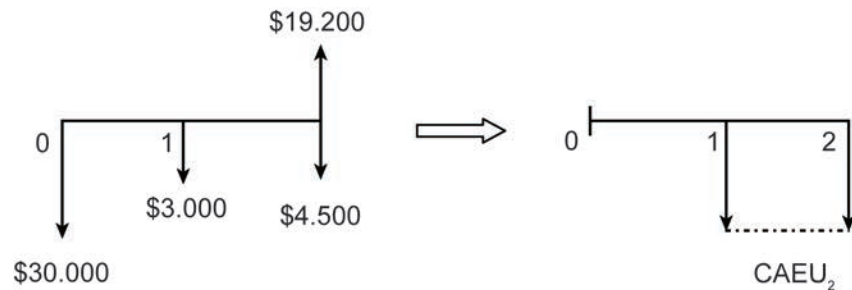


Figura 34 Fluxo de caixa para dois anos de uso do automóvel.

$$VPL = -30.000 - \frac{3.000}{(1 + 0,1)^1} + \frac{14.700}{(1 + 0,1)^2} = -20.578,51$$

No cálculo do CAEU, já está implícito que esse valor representa uma saída de caixa, portanto, não é preciso adicionar o sinal negativo ao VPL:

$$20.578,51 = CAEU_2 \left[\frac{(1 + 0,1)^2 - 1}{(1 + 0,1)^2 \cdot 0,1} \right]$$

$$CAEU_2 = 11.857,14$$

Como pode ser observado, o custo para dois anos é menor do que o custo para um ano. Deve-se verificar, então, qual é o custo para três anos.

- Para três anos de uso:

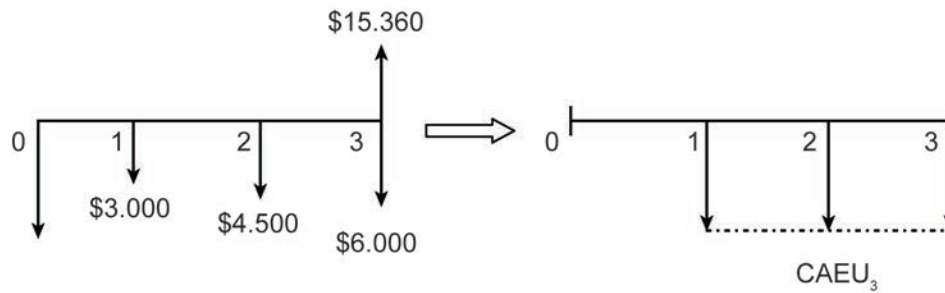


Figura 35 Fluxo de caixa para três anos de uso do automóvel.

$$VPL = -30.000 - \frac{3.000}{(1+0,1)^1} - \frac{4.500}{(1+0,1)^2} + \frac{(15.360 - 6.000)}{(1+0,1)^3}$$

$$VPL = -29.413,97$$

$$29.413,97 = CAEU_3 \left[\frac{(1+0,1)^3 - 1}{(1+0,1)^3 \cdot 0,1} \right]$$

$$CAEU_3 = 11.827,79$$

Como para três anos o custo ainda é menor, verifica-se o custo para quatro anos.

- Para quatro anos de uso:

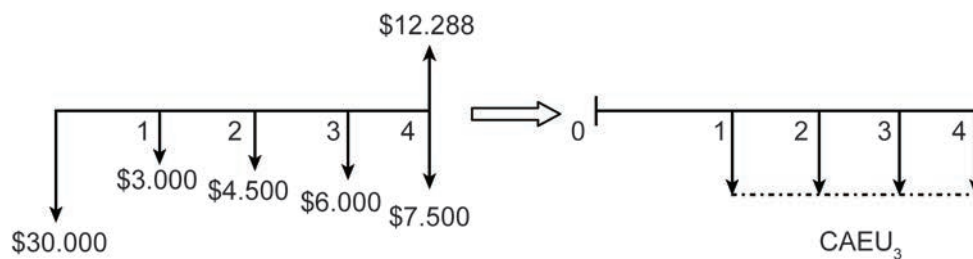


Figura 36 Fluxo de caixa para quatro anos de uso do automóvel.

$$VPL = -30.000 - \frac{3.000}{(1+0,1)^1} - \frac{4.500}{(1+0,1)^2} - \frac{6.000}{(1+0,1)^3} + \frac{(12.288 - 7.500)}{(1+0,1)^4}$$

$$VPL = -37.683,90$$

$$37.683,90 = CAEU_4 \left[\frac{(1+0,1)^4 - 1}{(1+0,1)^4 \cdot 0,1} \right]$$

$$CAEU_4 = 11.888,17$$

Como se pode observar, o custo para quatro anos é superior ao de três anos. No quarto ano, o valor dos custos de operação influencia de forma significativa o CAEU. Dessa maneira, é de se esperar que o CAEU para os anos seguintes continue aumentando, visto que o custo operacional será maior para os próximos anos. Calculando-se o CAEU para cinco anos, chega-se a um valor de \$12.018,98, e para seis anos, \$12.204,32.

Dessa forma, como ilustra a Figura 37, o menor CAEU ocorre com três anos de utilização – ponto de mínimo – do automóvel. Portanto, é possível afirmar que a vida econômica do veículo é de três anos.

Assim, na análise de substituição de um ativo baseado na vida econômica devem-se seguir os seguintes procedimentos:

- a) Ignorar os *sunk costs*;
- b) Determinar a vida econômica dos ativos em consideração;
- c) Comparar as alternativas de reposição.

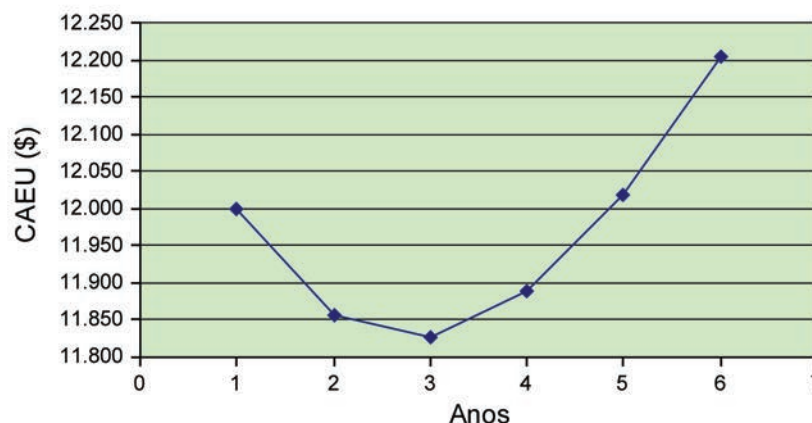


Figura 37 Representação do CAEU no tempo.

Exemplo 3

Uma empresa instalou um sistema para o tratamento de efluentes há quatro anos em sua planta visando eliminar os poluentes gerados no processo de fabricação. O investimento realizado há quatro anos foi de \$45.000 e apresenta, para o ano que se inicia, um custo de operação de \$20.000, cuja estimativa é que cresça \$2.000 por ano. Se desmontado, o sistema não apresentará mais utilidade, tendo, assim, valor residual nulo.

A instalação de um novo sistema de tecnologia mais atualizada exigirá um investimento de \$30.000, um custo de operação de \$5.000 que deverá crescer a razão de \$3.000 por ano. Esse sistema também apresenta valor residual nulo em qualquer instante no futuro. A gerência deve decidir se substitui o sistema atual de tratamento de efluentes pelo novo a uma taxa de juros de 15% a.a.:

- a) Os \$45.000 referentes ao investimento do sistema atual, assim como os custos de operação incorridos nos quatro anos de utilização do sistema atual, devem ser ignorados;
- b) Deve-se, então, determinar a vida econômica do sistema atual:
 - Custo para operá-lo por um ano:

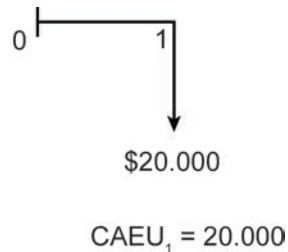


Figura 38 Fluxo de caixa para um ano (sistema atual – Exemplo 3).

- Custo para operá-lo por dois anos:

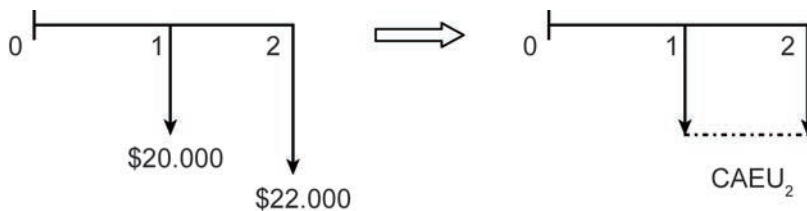


Figura 39 Fluxo de caixa para dois anos (sistema atual – Exemplo 3).

$$VPL = \frac{-20.000}{(1+0,15)} - \frac{22.000}{(1+0,15)^2} = -34.026,47$$

$$CAEU_2 = 34.026,47 \left[\frac{(1+0,15)^2 - 1}{(1+0,15)^2 \cdot 0,15} \right] = 20.930,23$$

- Custo para operá-lo por três anos:

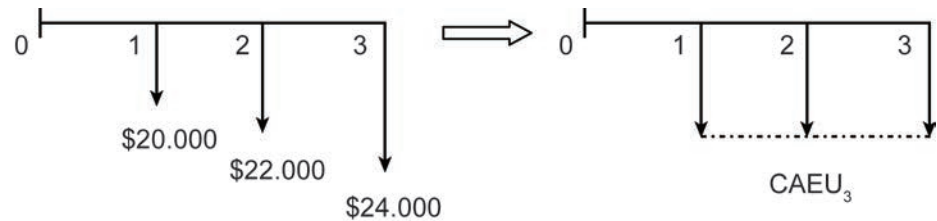


Figura 40 Fluxo de caixa para três anos (sistema atual – Exemplo 3).

$$VPL = \frac{-20.000}{(1+0,15)} - \frac{22.000}{(1+0,15)^2} - \frac{24.000}{(1+0,15)^3} = -49.806,86$$

$$CAEU_2 = 49.806,86 \left[\frac{(1+0,15)^3 - 1}{(1+0,15)^3 \cdot 0,15} \right] = 21.814,26$$

Como pode ser observado, o CAEU é crescente ao longo do tempo, significando que a vida econômica do sistema atual é de apenas um ano. A Figura 41 ilustra o comportamento do CAEU para o sistema atual ao longo do tempo.

- Custo para a vida econômica sistema atual: $CAEU_1 = \$20.000$:

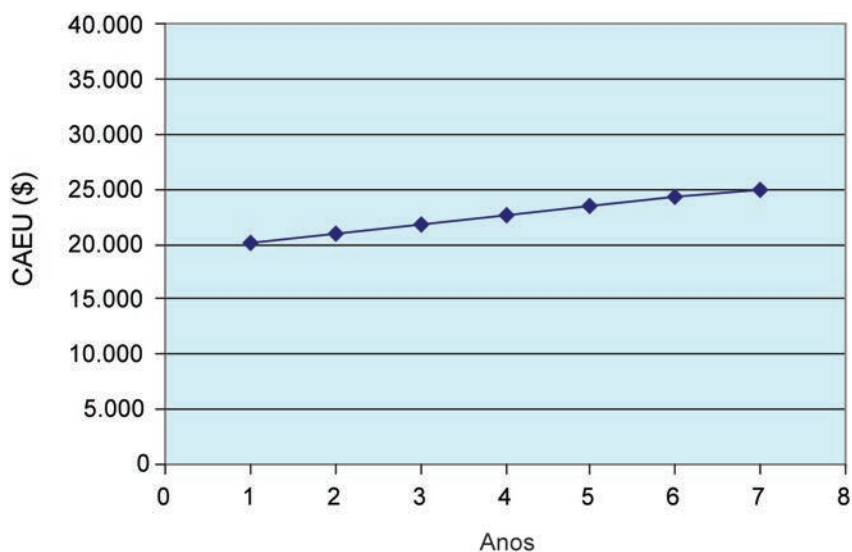


Figura 41 Variação do CAEU do sistema atual.

c) Determinar a vida econômica do sistema novo.

- Custo para operá-lo por um ano:

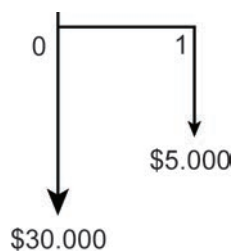


Figura 42 Fluxo de caixa para um ano (sistema novo – Exemplo 3).

$$CAEU_1 = 5.000 + 30.000(1 + 0,15)^1$$

$$CAEU_1 = 39.500$$

- Custo para operá-lo por dois anos:

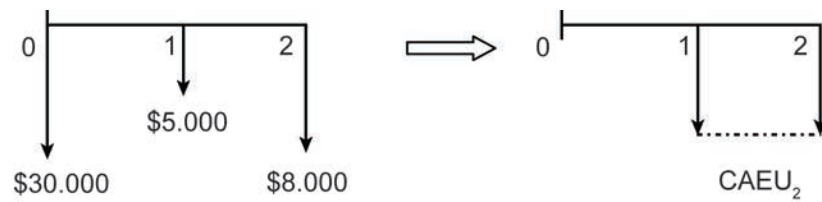


Figura 43 Fluxo de caixa para dois anos (sistema novo – Exemplo 3).

$$VPL = -30.000 - \frac{5.000}{(1+0,15)} - \frac{8.000}{(1+0,15)^2} = -40.396,98$$

$$CAEU_2 = 40.396,98 \left[\frac{(1+0,15)^2 - 1}{(1+0,15)^2 \cdot 0,15} \right] = 24.848,84$$

- Custo para operá-lo por três anos:

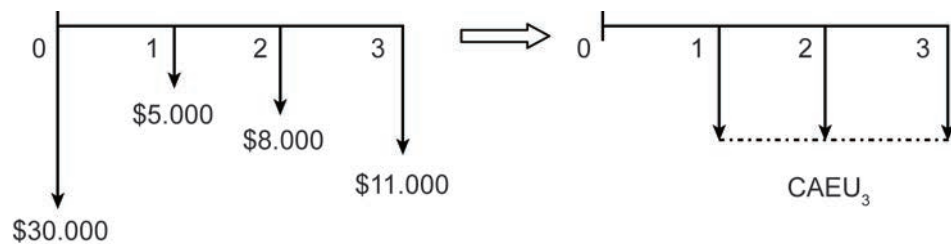


Figura 44 Fluxo de caixa para três anos (sistema novo – Exemplo 3).

$$VPL = -30.000 - \frac{5.000}{(1+0,15)} - \frac{8.000}{(1+0,15)^2} - \frac{11.000}{(1+0,15)^3} = -47.629,65$$

$$CAEU_3 = 47.629,65 \left[\frac{(1+0,15)^3 - 1}{(1+0,15)^3 \cdot 0,15} \right] = 20.860,69$$

- Custo para operá-lo por:
 - Quatro anos: $CAEU_4 = 19.486,73$;
 - Cinco anos: $CAEU_5 = 19.117,91$;
 - Seis anos: $CAEU_6 = 19.218,68$;
 - Sete anos: $CAEU_7 = 19.560,36$.

Como pode ser observado pelos valores obtidos, o custo é decrescente até o quinto ano, aumentando a partir do sexto período. Assim, a vida econômica do sistema novo é de cinco anos. A Figura 45 ilustra o comportamento dos CAEU para o sistema novo ao longo do tempo:

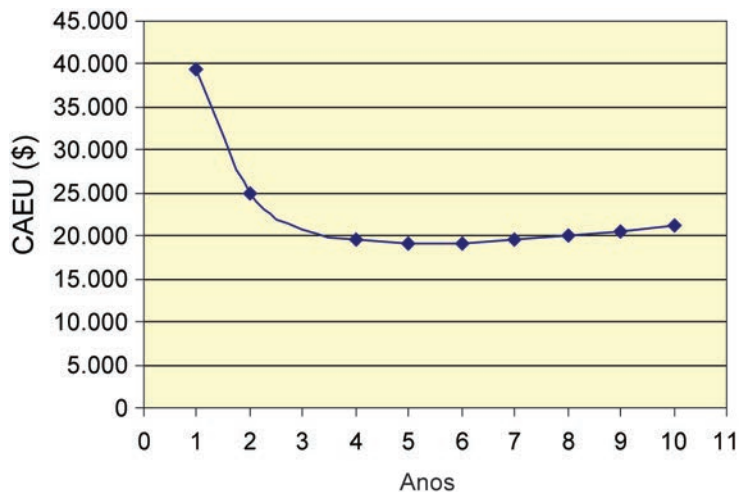


Figura 45 Variação do CAEU do sistema novo.

Custo para a vida econômica do sistema novo: $CAEU_5 = \$19.117,91$.

Comparando-se o CAEU para a vida econômica do sistema atual com o sistema novo, pode-se concluir que a melhor alternativa é substituir o sistema atual e utilizar o novo por um período de cinco anos.

UNIDADE 5

Análise de alternativas de investimento
considerando a influência do imposto de
renda

5.1 Primeiras palavras

Nesta unidade, apresenta-se mais um aspecto importante a ser considerado no âmbito do estudo da Engenharia Econômica, ou seja, a influência do imposto de renda no estudo de viabilidade de alternativas de investimento. Inicia-se a unidade com a apresentação dos conceitos e dos métodos de depreciação, imprescindíveis para a compreensão dos objetivos da unidade, para, a seguir, descrever a maneira como o imposto de renda afeta o fluxo de caixa dos projetos e conseqüentemente a rentabilidade dos investimentos.

5.2 Problematizando o tema

Os benefícios gerados por projetos, traduzidos em retornos financeiros para as empresas, estão sujeitos à tributação, afetando a rentabilidade dos investimentos realizados. Uma avaliação completa deve apresentar os resultados, em termos de lucro ou de rentabilidade, já descontando os efeitos da tributação. Para tanto, é preciso que os impostos gerados pelas alternativas estudadas sejam calculados e subtraídos dos benefícios esperados. Assim, é possível verificar a rentabilidade líquida do investimento e chegar a uma conclusão quanto à viabilidade econômica da alternativa.

Essa unidade trata dessa questão, apresentando os procedimentos a serem seguidos para o desenvolvimento de estudos de viabilidade que consideram o efeito do imposto de renda (IR) sobre a rentabilidade de alternativas de investimento.

5.3 Depreciação

O conceito de depreciação deve ser compreendido pelas pessoas envolvidas no processo de análise e tomada de decisão de investimento, uma vez que influencia o lucro tributável da empresa e conseqüentemente o fluxo de caixa líquido gerado pelas alternativas de investimento, como poderá ser observado no próximo tópico desta unidade.

A depreciação está associada aos ativos permanentes imobilizados de uma empresa. Para Marion (2008), o ativo imobilizado é aquele ativo de natureza relativamente permanente que é utilizado na operação dos negócios de uma empresa e que não se destina à venda. Entre os ativos imobilizados permanentes, é possível encontrar os seguintes itens: máquinas, equipamentos, instalações, edifícios, veículos etc.

A definição de depreciação está relacionada à perda de valor de um ativo imobilizado ao longo do tempo que não pode ser recuperada pelo trabalho de manutenção. Essa perda de valor, de acordo com Nogueira (2007), tem origem em dois fatores principais:

- **Desgaste físico:** o desgaste físico de um bem tem origem em sua utilização, gerando no tempo perda de eficiência e custos de operação e manutenção maiores;
- **Obsolescência tecnológica:** a obsolescência tecnológica tem sido, ao longo dos últimos anos, um importante fator de depreciação de máquinas e equipamentos das empresas. O principal motivo para a desatualização desses ativos, que fisicamente ainda podem encontrar-se em ótimas condições, é o extraordinário desenvolvimento da microeletrônica, que tem interferido na concepção dos bens de produção, tornando-os mais eficientes e flexíveis.

A depreciação ainda pode ser entendida sob dois pontos de vistas: o contábil e o econômico. Contabilmente, a depreciação pode ser vista como uma parcela de valor imputada ao custo de produção, correspondente ao desgaste sofrido durante a utilização de um ativo fixo no processo produtivo (OLIVEIRA, 1982), ou ainda como o processo contábil que faz uma conversão gradativa do ativo imobilizado, utilizado pela empresa, em despesa. Essa despesa computada em cada exercício contábil deve corresponder à diminuição de valor dos bens do ativo imobilizado devido ao uso e à obsolescência (MARION, 2008). Já do ponto de vista econômico, a depreciação pode ser entendida como uma origem de recursos para as empresas, uma vez que não representa um desembolso, possibilitando que a empresa não pague imposto indevido (GITMAN, 1987).

A taxa de depreciação anual utilizada pelas empresas é regulamentada pela Secretaria da Receita Federal e depende do prazo durante o qual se espera utilizar economicamente o bem na produção de rendimentos. Como ilustração, as taxas máximas de depreciação utilizadas para um turno de oito horas de trabalho para alguns bens do imobilizado são:

- Máquinas e instalações industriais = 10% a.a.;
- Veículos = 20% a.a.;
- Edifícios e construções = 4% a.a.

Se a empresa vier a operar em dois ou três turnos, a legislação permitirá que sejam utilizados fatores de aceleração da depreciação. No caso de dois turnos, o fator de correção utilizado é 1,5; já para três turnos o fator é 2,0 (MARION, 2008).

Utilizando como referência o percentual mostrado anteriormente para máquinas e equipamentos, enquanto, para um turno de oito horas de trabalho, a taxa anual de depreciação é 10%, para dois turnos, será 15%, e, para três turnos, 20%.

Existem diversos métodos de depreciação. No próximo tópico, apresentam-se três dos mais conhecidos e utilizados.

5.3.1 Métodos de depreciação

Pode-se encontrar na literatura diferentes métodos de depreciação. Entretanto, entre os mais utilizados, encontram-se os métodos: linear, exponencial e soma dos dígitos. A seguir, faz-se uma breve apresentação de cada um deles.

Método linear

O método linear é também conhecido como método das cotas constantes ou método das linhas retas. É um método de fácil utilização, sendo no Brasil o permitido pela Receita Federal. O valor a ser depreciado anualmente ou cota de depreciação anual é calculado em função do valor original do ativo, da vida útil estimada e do valor residual apresentado pelo ativo no final de sua vida.

Considerando:

d = quota anual de depreciação;

V_0 = valor original do ativo;

V_R = valor residual do ativo ao final da vida útil;

N = vida útil do ativo.

A expressão para o cálculo da quota anual de depreciação é a seguinte:

$$d = \frac{V_0 - V_R}{N}$$

A taxa anual de depreciação (T) será:

$$T = \frac{100}{N}$$

O valor contábil (V_n) do ativo em um determinado período (n) será:

$$V_n = V_0 - n \cdot d$$

Método exponencial

O método exponencial ou, como também é chamado, método do saldo decrescente caracteriza-se por apresentar uma quota anual de depreciação decrescente ao longo da vida útil do ativo. A quota de depreciação anual é calculada incidindo-se sobre o valor contábil do ativo uma porcentagem fixa. Essa taxa pode ser calculada utilizando-se da seguinte expressão:

$$T = 1 - \sqrt[n]{\frac{V_n}{V_0}}$$

Já o cálculo da quota de depreciação utiliza a seguinte expressão:

$$d_n = T \cdot V_{n-1}$$

em que n é o período para o qual está se calculando a quota de depreciação.

Método da soma dos dígitos

Nesse terceiro método, semelhante ao que acontece no exponencial, a quota anual tem um valor decrescente ao longo da vida útil do ativo.

A soma dos dígitos (SD) pode ser calculada somando-se os algarismos correspondentes a cada um dos anos da vida útil do ativo. Assim, para um ativo cuja vida útil é de 6 anos, a SD será:

$$SD = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

A soma dos dígitos também pode ser obtida utilizando-se da seguinte expressão:

$$SD = \frac{N(N+1)}{2}$$

Já a cota anual de depreciação é calculada com o auxílio da seguinte expressão:

$$d_n = \frac{N-(n-1)}{SD} \cdot (V_0 - V_R)$$

A utilização do método da soma dos dígitos, bem como do linear e do exponencial, para o cálculo da depreciação de um determinado ativo pode ser mais bem compreendida a partir do exemplo desenvolvido a seguir.

Exemplo 1:

Uma empresa adquiriu um bem pelo valor de \$60.000. Estimam-se uma vida útil de cinco anos e um valor residual, ao final desse período, de \$10.000. Calcule a quota anual de depreciação e o valor do bem ao final de cada ano utilizando os métodos linear, exponencial e soma dos dígitos:

a. Linear

Quota anual de depreciação:

$$d = \frac{V_0 - V_R}{N} \qquad d = \frac{60.000 - 10.000}{5} = 10.000$$

Valor contábil:

$$V_n = V_0 - n \cdot d \qquad V_1 = 60.000 - 1 \cdot 10.000 = 50.000$$

Como pode ser observado na expressão, o valor contábil para os anos subsequentes será reduzido em \$10.000 a cada ano, como mostra a Tabela 21.

b. Exponencial

Inicialmente é preciso calcular a taxa anual de depreciação (T):

$$T = 1 - \sqrt[n]{\frac{V_n}{V_0}} \qquad T = 1 - \sqrt[5]{\frac{10.000}{60.000}} = 0,3012 \qquad T = 30,12\% \text{ a.a.}$$

Quota anual de depreciação:

$$d_n = T \cdot V_{n-1}$$

$$d_1 = 0,3012 \cdot 60.000 = 18.070$$

$$d_2 = 0,3012 \cdot (60.000 - 18070) = 12.628$$

Valor contábil:

$$V_n = V_0 - d_n$$

$$V_1 = 60.000 - 18.070 = 41.930$$

$$V_2 = 41.930 - 12.628 = 29.302$$

A Tabela 21 apresenta o valor contábil e a cota anual até o quinto ano.

c. Soma dos dígitos

Inicialmente deve-se calcular a soma dos dígitos (SD):

$$SD = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

Quota anual de depreciação:

$$d_1 = \frac{5 - (1 - 1)}{15} \cdot (60.000 - 10.000) = 16.667$$

$$d_2 = \frac{5 - (2 - 1)}{15} \cdot (60.000 - 10.000) = 13.333$$

Valor contábil:

$$V_n = V_0 - d_n$$

$$V_1 = 60.000 - 16.667 = 43.333$$

$$V_2 = 60.000 - 13.333 = 46.667$$

A Tabela 21 apresenta o valor contábil e a cota anual até o quinto ano.

Tabela 21 Depreciação e valor contábil (Exemplo 1).

Ano	Linear		Exponencial		Soma dos dígitos	
	d(\$)	V _n (\$)	d(\$)	V _n (\$)	D(\$)	V _n (\$)
0	-	60.000	-	60.000	-	60.000
1	10.000	50.000	18.070	41.930	16.667	43.333
2	10.000	40.000	12.628	29.302	13.333	30.000
3	10.000	30.000	8.825	20.477	10.000	20.000
4	10.000	20.000	6.167	14.310	6.667	13.333
5	10.000	10.000	4.310	10.000	3.333	10.000

Os valores apresentados na Tabela 21 demonstram o comportamento da depreciação e do valor contábil do bem analisado durante sua vida útil. No método linear, o valor depreciado é constante, e o valor contábil decresce linearmente. No exponencial, os valores depreciados são decrescentes, fazendo com que o valor contábil tenha uma redução maior no primeiro ano, que é reduzida nos anos subsequentes. No método da soma dos dígitos, a quota anual de depreciação também é decrescente ao longo da vida útil. Embora os métodos exponencial e soma dos dígitos apresentem valores decrescentes da quota de depreciação, no primeiro ano, esse valor é maior no exponencial; do segundo ao quarto ano, é maior na soma dos dígitos, voltando a ser maior no exponencial no quinto ano. Esses diferentes comportamentos afetam a rentabilidade de investimentos em ativos, como será discutido no próximo tópico.

5.4 A influência do imposto de renda na análise de alternativas de investimento

Como destacado anteriormente, os benefícios proporcionados por projetos, traduzidos em retornos financeiros para empresas, estão sujeitos à tributação, afetando a rentabilidade dos investimentos. O objetivo desse tópico é desenvolver uma avaliação que apresenta resultados, em termos de rentabilidade ou de lucro líquido, já descontados os efeitos dos impostos gerados pelo investimento.

As regras de incidência do imposto de renda têm como referência os dados contábeis. O imposto de renda incide sobre o lucro apresentado pela empresa no exercício contábil e apresentado em seus demonstrativos. Dessa forma, os projetos de investimento que contribuem para a realização de lucros estão gerando impostos a serem recolhidos pelas empresas. Esse valor de imposto gerado deverá ser descontado para o cálculo da rentabilidade líquida do investimento.

Deve-se destacar que a legislação tributária permite às empresas deduzirem de seu lucro anual a correspondente quota de depreciação para fins do cálculo do imposto de renda (IR). Assim, com o auxílio dos métodos de depreciação apresentados no tópico anterior, será possível calcular a depreciação gerada, no caso de investimentos realizados na aquisição de ativos imobilizados, e conseqüentemente a sua utilização para efeito do cálculo do IR gerado pelo projeto. O exemplo apresentado a seguir ilustra o processo de cálculo do IR e a conseqüente avaliação de viabilidade após o desconto do IR:

Exemplo 1:

Uma empresa estuda a possibilidade de aquisição de duas injetoras para a produção de componentes até o momento fornecidos por terceiros. O investimento inicial exigido pelo projeto é da ordem de \$300.000, e espera-se, com a internalização do processo, obter economias anuais da ordem de \$70.000. A vida econômica das máquinas foi estimada em oito anos, quando o valor residual será nulo. A depreciação é linear, de forma que as máquinas deverão ser depreciadas totalmente em oito anos, a TMAR utilizada pela empresa é de 10% a.a., e a alíquota de IR é da ordem de 34%.

Calculando a quota anual de depreciação linear:

$$d = \frac{V_0 - V_R}{N} \quad d = \frac{300.000 - 0}{8} = 37.500$$

Tendo calculado o valor da depreciação, é possível calcular o IR e o fluxo de caixa líquido para a avaliação do investimento, como mostra a Tabela 22.

Tabela 22 Fluxo de caixa após IR (Exemplo 1).

Final do ano	Fluxo de caixa antes do IR (A)	Depreciação (B)	Lucro tributável C = A + B	IR (34%) D = C × 0,34	Fluxo de caixa após IR E = A + D
0	-300.000	-	-	-	-300.000
1	70.000	-37.500	32.500	-11.050	58.950
2	70.000	-37.500	32.500	-11.050	58.950
3	70.000	-37.500	32.500	-11.050	58.950
4	70.000	-37.500	32.500	-11.050	58.950
5	70.000	-37.500	32.500	-11.050	58.950
6	70.000	-37.500	32.500	-11.050	58.950
7	70.000	-37.500	32.500	-11.050	58.950
8	70.000	-37.500	32.500	-11.050	58.950

Calculando-se o VPL para uma TMAR de 10% a.a.:

$$\text{VPL} = -300.000 + 58.950 \left[\frac{(1 + 0,1)^8 - 1}{(1 + 0,1)^8 \cdot 0,1} \right] = +14.493,90$$

Como se pode observar, o VPL é positivo, portanto, o investimento é viável. Também poderia ser calculado o valor da TIR por meio de um processo iterativo, utilizando a equação do VPL acima e tendo o valor de i como incógnita. Nesse caso, o valor da TIR é de 11,31% a.a. Como $TIR > TMAR$, o investimento é viável.

É importante destacar que, de acordo com Oliveira (1982), existe uma dificuldade adicional na análise de viabilidade econômica após o efeito do imposto de renda, pois, na prática das empresas, dificilmente a vida econômica dos ativos coincide com a vida contábil. Na hipótese de as vidas econômica e contábil serem iguais, o ativo será depreciado totalmente durante o período planejado. Caso a vida econômica seja maior que a contábil, também o ativo será depreciado totalmente no período planejado, só que em um espaço de tempo menor, correspondente à vida contábil do ativo. Já se a vida econômica for menor que a contábil, o ativo será depreciado parcialmente durante o horizonte planejado.

Ainda segundo Oliveira (1982), se o ativo apresentar um valor residual maior do que seu valor contábil, no momento de sua retirada de operação, essa diferença será considerada como lucro contábil e, portanto, deverá ser tributada. Na situação em que o valor residual é menor do que o contábil, a diferença deverá ser considerada perda contábil e, portanto, utilizada para abater o valor do imposto de renda a pagar. O Exemplo 2 ilustra uma análise de viabilidade para um mesmo investimento em três situações diferentes: vida econômica maior do que a contábil, vida econômica igual à contábil e vida econômica menor do que a contábil.

Exemplo 2:

Visando à melhoria da qualidade dos produtos ofertados ao mercado, uma empresa pretende adquirir equipamentos especializados para a realização de inspeções na linha de produção substituindo o trabalho manual e visual realizado por funcionários da empresa. Para a compra dos equipamentos, serão necessários investimentos que somam \$144.000. Estimou-se que, com a utilização dos equipamentos, sejam obtidos benefícios anuais no valor de \$40.000, que têm origem na melhoria da qualidade, na redução do custo com mão de obra e na diminuição dos gastos com serviços de assistência técnica. Os equipamentos têm uma vida econômica de oito anos, quando poderão ser vendidos por \$20.000. A empresa trabalha com uma TMAR de 12% a.a., a alíquota de

IR é de 34%, e a legislação determina a utilização do método de depreciação linear. Verifique a viabilidade do investimento para as seguintes situações:

- a) Vida contábil de seis anos;
- b) Vida contábil de oito anos;
- c) Vida contábil de dez anos.

a) Vida contábil de seis anos

Nessa primeira situação, a vida contábil dos equipamentos é menor do que a econômica, possibilitando que os valores referentes à depreciação sejam apropriados em um período inferior ao uso econômico dos ativos. Se a vida contábil for de seis anos, o equipamento se depreciará totalmente nesse período, o que significa que, para efeito de cálculo da quota de depreciação, o valor residual será 0 (zero). Entretanto, como ao final de seis anos o ativo ainda pode ser vendido por \$20.000, esse valor deverá ser tributado:

$$d = \frac{V_0 - V_R}{N} \qquad d = \frac{144.000 - 0}{6} = 24.000$$

Tabela 23 Fluxo de caixa após IR (Exemplo 2: vida contábil de seis anos).

Final do ano	Fluxo de caixa antes do IR (A)	Depreciação (B)	Lucro tributável C = A + B	IR (34%) D = C × 0,34	Fluxo de caixa após IR E = A + D
0	-144.000	-	-	-	-144.000
1	40.000	-24.000	16.000	-5.440	34.560
2	40.000	-24.000	16.000	-5.440	34.560
3	40.000	-24.000	16.000	-5.440	34.560
4	40.000	-24.000	16.000	-5.440	34.560
5	40.000	-24.000	16.000	-5.440	34.560
6	40.000	-24.000	16.000	-5.440	34.560
7	40.000	-	40.000	-13.600	26.400
8	60.000	-	60.000	-20.400	39.600

$$\text{VPL} = -144.000 + 34.560 \left[\frac{(1+0,12)^6 - 1}{(1+0,12)^6 \cdot 0,12} \right] + \frac{26.400}{(1+0,12)^7} + \frac{39.600}{(1+0,12)^8} =$$

$$= +26.026,03$$

VPL > 0 TIR = 17,03% a.a. > TMAR

O VPL é positivo, e a TIR é maior do que a TMAR, portanto, o investimento é viável.

b) Vida contábil de oito anos

Nesse caso, a vida contábil é igual à econômica. Em comparação à situação anterior, o ativo é depreciado mais lentamente:

Tabela 24 Fluxo de caixa após IR (Exemplo 2: vida contábil de oito anos).

Final do ano	Fluxo de caixa antes do IR (A)	Depreciação (B)	Lucro tributável C = A + B	IR (34%) D = C × 0,34	Fluxo de caixa após IR E = A + D
0	-144.000	-	-	-	-144.000
1	40.000	-18.000	22.000	-7.480	32.520
2	40.000	-18.000	22.000	-7.480	32.520
3	40.000	-18.000	22.000	-7.480	32.520
4	40.000	-18.000	22.000	-7.480	32.520
5	40.000	-18.000	22.000	-7.480	32.520
6	40.000	-18.000	22.000	-7.480	32.520
7	40.000	-18.000	22.000	-7.480	32.520
8	60.000	-18.000	42.000	-14.280	45.720

$$\text{VPL} = -144.000 + 32.520 \left[\frac{(1+0,12)^7 - 1}{(1+0,12)^7 \cdot 0,12} \right] + \frac{45.720}{(1+0,12)^8} =$$

$$= +22.878,90$$

VPL > 0 TIR = 16,27% a.a. > TMAR

O VPL é positivo, e a TIR é maior do que a TMAR, portanto, o investimento é viável. A depreciação em um período maior, comparativamente ao tópico anterior, fez com que o lucro líquido na data 0 (zero) e a rentabilidade diminuíssem.

c) Vida contábil de dez anos

Nessa terceira possibilidade, a vida contábil é maior do que a econômica. Isso significa depreciar o ativo em um prazo ainda maior em comparação às situações anteriores. Nessas situações, deve-se apropriar como lucro ou perda contábil a diferença entre o valor contábil e o valor residual do ativo, como pode ser observado na Tabela 25:

Tabela 25 Fluxo de caixa após IR (Exemplo 2: vida contábil de dez anos).

Final do ano	Fluxo de caixa antes do IR (A)	Depreciação (B)	Lucro ou perda contábil	Lucro tributável C = A - B	IR (34%) D = C × 0,34	Fluxo de caixa após IR E = A + D
0	-144.000	-	-	-	-	-144.000
1	40.000	-14.400	-	25.600	-8.704	31.296
2	40.000	-14.400	-	25.600	-8.704	31.296
3	40.000	-14.400	-	25.600	-8.704	31.296
4	40.000	-14.400	-	25.600	-8.704	31.296
5	40.000	-14.400	-	25.600	-8.704	31.296
6	40.000	-14.400	-	25.600	-8.704	31.296
7	40.000	-14.400	-	25.600	-8.704	31.296
8	60.000	-14.400	*-8.800	**16.800	-5.712	54.288

* $-14.440 \times 2 + 20.000 = -8.800$

** $40.000 - 14.400 - 8.800 = 16.800$

$$\text{VPL} = -144.000 + 31.296 \left[\frac{(1+0,12)^7 - 1}{(1+0,12)^7 \cdot 0,12} \right] + \frac{54.288}{(1+0,12)^8} =$$

$$= +20.753,34$$

VPL > 0

TIR = 15,79% a.a. > TMAR

Assim como nos casos anteriores, o VPL é positivo, e a TIR é maior do que a TMAR, portanto, o investimento é viável. A depreciação em um período de dez anos, superior ao item anterior, fez com que o lucro líquido na data 0 (zero) e a rentabilidade diminuíssem ainda mais. Desse modo, pode-se afirmar que quanto menor a vida contábil, maiores o lucro na data 0 (zero) e a rentabilidade do investimento ou, de outro modo, quanto mais rápida a depreciação do ativo, maiores o lucro líquido e a rentabilidade.

Ainda no que diz respeito à verificação do efeito do imposto de renda (IR) na análise de viabilidade econômica, vale destacar uma outra possibilidade de ocorrência. Existem projetos que podem apresentar, em determinado momento, ao longo do horizonte de planejamento, uma quota de depreciação superior ao fluxo de caixa líquido antes do IR. Ao deduzir a depreciação a partir do fluxo de caixa antes do IR, chega-se a um valor negativo, o que alguns autores chamam de lucro tributável negativo.

Nesse caso, se a empresa que estiver analisando o projeto for lucrativa, ou seja, apresentar lucro em seus demonstrativos financeiros, o resultado negativo desse projeto reduz o lucro da empresa, provocando uma diminuição do imposto de renda a ser pago. Essa diminuição do IR a ser pago deverá ser entendida como se fosse uma economia que o projeto está possibilitando à empresa. O Exemplo 3 ilustra esta situação.

Exemplo 3:

Uma empresa do setor de alimentos está analisando a compra de um novo forno para uma de suas fábricas de biscoitos. Um modelo de forno que atende às suas necessidades de produção pode ser adquirido por \$50.000, tem uma vida econômica estimada em oito anos e um valor residual ao final desse período igual a 0 (zero). O uso desse forno possibilitará economias de energia estimadas em \$10.000 por ano. A depreciação é linear, devendo o forno ser depreciado totalmente em quatro anos. Considerando que a alíquota do IR é de 25% e a TMAR é de 15% a.a., verifique a viabilidade do projeto.

Calculando a depreciação:

$$d = \frac{V_0 - V_R}{N} \qquad d = \frac{50.000 - 0}{4} = 12.500$$

Como pode ser observado na Tabela 26, nos quatro primeiros anos, a quota anual de depreciação é maior do que o fluxo de caixa antes do IR. Considerando que a empresa é lucrativa, seu lucro será menor em \$2.500 durante esse período, possibilitando à empresa economizar \$625 por ano com o pagamento de IR. Dessa maneira, esse valor economizado deve ser adicionado ao fluxo de caixa após o IR.

Tabela 26 Fluxo de caixa após IR (Exemplo 3).

Final do ano	Fluxo de caixa antes do IR (A)	Depreciação (B)	Lucro tributável C = A + B	IR (25%) D = C × 0,34	Fluxo de caixa após IR E = A + D
0	-50.000	-	-	-	-50.000
1	10.000	-12.500	-2.500	625	10.625
2	10.000	-12.500	-2.500	625	10.625
3	10.000	-12.500	-2.500	625	10.625
4	10.000	-12.500	-2.500	625	10.625
5	10.000	-	10.000	-2.500	7.500
6	10.000	-	10.000	-2.500	7.500
7	10.000	-	10.000	-2.500	7.500
8	10.000	-	10.000	-2.500	7.500

$$\begin{aligned}
 \text{VPL} = & -50.000 + 10.625 \left[\frac{(1+0,15)^4 - 1}{(1+0,15)^4 \cdot 0,15} \right] + \frac{7.500}{(1+0,15)^5} + \frac{7.500}{(1+0,15)^6} + \\
 & + \frac{7.500}{(1+0,15)^7} + \frac{7.500}{(1+0,15)^8}
 \end{aligned}$$

$$\text{VPL} = -7.423,28$$

$$\text{TIR} = 9,95\% \text{ a.a.}$$

O valor negativo do VPL e a TIR menor do que a TMAR indicam que o projeto não é viável economicamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- GITMAN, L. J. *Princípios de administração financeira*. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1987.
- GRANT, E.; IRESON, W. G.; LEAVENWORTH, R. S. *Principles of engineering economy*. 8. ed. Cingapura: John Wiley & Sons, 1990.
- HIRSCHFELD, H. *Engenharia Econômica e análise de custos*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1989.
- MARION, J. C. *Contabilidade básica*. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- NEWNAN, D. G.; LAVELLE, J. P. *Fundamentos de Engenharia Econômica*. Rio de Janeiro: LTC, 2000.
- NOGUEIRA, E. Análise de investimentos. In: BATALHA, M. O. *Gestão Agroindustrial*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007. p. 205-266.
- OLIVEIRA, J. A. N. *Engenharia Econômica: uma abordagem às decisões de investimento*. São Paulo: McGraw-Hill, 1982.
- PILÃO, N. E.; HUMMEL, P. R. V. *Matemática Financeira e Engenharia Econômica*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003.
- SINGER, P. *Curso de introdução à economia política*. 6. ed. Rio de Janeiro: Forense-universitária, 1980.

SOBRE O AUTOR

Edemilson Nogueira

Engenheiro de Produção pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), mestre e doutor em Administração de Empresas pela Escola de Administração de Empresas de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas (EAESP-FGV). Professor associado do Departamento de Engenharia de Produção (DEP) da UFSCar e membro do Grupo de Estudo sobre Estratégia e Organização da Produção (GEEOP), do DEP, da UFSCar.

