

Jorge Miguel Nucci
Marco Antonio Albano Moreira
In Memoriam, Segundo Carlos Lopes

Topografia e Cartografia

SUMÁRIO

UNIDADE 1 Elementos de topografia

1.1	Introdução à topografia	11
1.1.1	Divisão da topografia	11
1.1.2	Sistemas de coordenadas cartesianas	13
1.1.3	Superfícies terrestres de referência	14
1.1.3.1	Modelo esférico	14
1.1.3.2	Modelo elipsoidal	15
1.1.3.3	Modelo geoidal	16
1.1.3.4	Modelo plano	16
1.1.4	Limite da topografia	16
1.1.5	Classificação dos erros de observação	18
1.1.5.1	Erros grosseiros	18
1.1.5.2	Erros sistemáticos	19
1.1.5.3	Erros acidentais ou aleatórios	19
1.1.6	Escalas	19
1.1.6.1	Escalas usuais	20
1.1.7	Unidades de medida	23
1.1.8	Equipamentos auxiliares da topografia	23
1.1.9	Medição de distâncias	23
1.1.9.1	Medição direta de distâncias	23
1.1.9.2	Trena de fibra de vidro	24
1.1.9.3	Piquetes	24
1.1.9.4	Estacas testemunhas	25
1.1.9.5	Balizas	25
1.1.9.6	Nível de cantoneira	26

1.1.10	Medição de distância com trena	26
1.1.10.1	Medida em lance	26
1.1.10.2	Cuidados técnicos com as medições	27
1.1.10.3	Medidas em vários lances em terrenos inclinados	29
1.1.11	Medição indireta de distâncias	29
1.1.12	Precisão	30
1.1.13	Medidas de distância com trena de aço para alta precisão	30
1.1.14	Medida de uma linha	31
1.1.15	Levantamento usando apenas trena	33
1.1.15.1	Medida de um ângulo qualquer	33
1.1.15.2	Medida de um ângulo reto	33
1.1.16	Cálculo de área de uma figura qualquer	34
1.1.17	Direção norte-sul e norte-sul verdadeira	35
1.1.18	Mapas isogônicos e isopóricos	37
1.1.18.1	Carta isopórica	37
1.1.18.2	Carta isogônica	37
1.1.19	Rumos e azimutes	38
1.1.19.1	Rumos	38
1.1.19.2	Azimutes	39
1.1.20	Aviventação de rumo ou azimute	40

UNIDADE 2 Métodos de levantamento planimétrico

2.1	Introdução	47
2.2	Técnicas de levantamento planimétrico	47
2.3	Classificação das poligonais	48
2.3.1	Poligonal aberta	48
2.3.2	Poligonal fechada	49
2.3.3	Poligonal secundária	50

2.4	Levantamento e cálculo de poligonais fechadas	50
2.4.1	Levantamento da poligonal	50
2.5	Levantamento com amarração dos detalhes	52
2.5.1	Utilização dos métodos de levantamento dos detalhes	53
2.5.1.1	Amarração por coordenadas retangulares	54
2.5.1.2	Amarração por coordenadas polares	54
2.5.1.3	Cálculo da área	55
2.5.1.4	Método da triangulação ou interseção	56
2.6	Cálculo analítico da poligonal	56
2.6.1	Verificação do erro de fechamento angular	56
2.6.2	Compensação de erro de fechamento angular	56
2.6.3	Cálculo dos azimutes	57
2.6.4	Cálculo das coordenadas parciais	57
2.6.5	Cálculo das coordenadas totais	58
2.6.6	Verificação do erro de fechamento linear	58
2.6.7	Erro de fechamento	59
2.6.8	Erro relativo	59
2.6.9	Incerteza	60
2.6.10	Correção das coordenadas parciais	60
2.6.11	Cálculo de um polígono pelo método das coordenadas totais	60
2.6.12	Cálculo de rumo e distância	64
2.6.13	Orientação do rumo em função dos sinais das coordenadas	64
2.6.14	Partes que compõem o memorial descritivo	65
2.6.15	Memorial descritivo	66

UNIDADE 3 Altimetria

3.1	Introdução.	71
3.2	Influência da curvatura terrestre	72
3.3	Tipos de nivelamento	74

3.3.1	Nivelamento taqueométrico	74
3.3.2	Nivelamento trigonométrico	74
3.3.3	Nivelamento barométrico	74
3.3.4	Nivelamento geométrico	74
3.3.5	Tipos de nível	74
3.4	Nivelamento geométrico	76
3.4.1	Nivelamento geométrico simples	76
3.4.2	Nivelamento geométrico composto	76
3.4.3	Tolerância de nivelamento	79
3.4.3.1	Classificação	79
3.4.3.2	Cuidados para melhorar a precisão dos nivelamentos	79
3.5	Taqueometria	83
3.6	Curva de nível	86
3.6.1	Formas das curvas de nível	87
3.6.2	Convenções topográficas	89
3.6.2.1	Representação por platôs	89
3.6.2.2	Representação por curvas de nível	90
3.6.3	Triangulação para interpolação	90
3.6.4	Classificação do relevo	93
3.6.5	Terraplenagem	93
3.6.6	Cálculo da cota de compensação	96
3.6.7	Cálculo da área de seção	96
3.6.8	Volume do aterro	100
3.7	Modelagem numérica do terreno	101
3.7.1	Amostragem	103

UNIDADE 4 Cartografia

4.1	Introdução	109
-----	------------------	-----

4.2	Conceito de carta ou mapa	109
4.3	Modelos da superfície terrestre.	110
4.3.1	O elipsoide	110
4.3.1.1	Raios de curvatura sobre o elipsoide.	112
4.3.2	O geoide.	112
4.4	Elipsoides no Brasil.	115
4.5	Meridianos e paralelos	116
4.6	Latitude e longitude.	116
4.7	Sistema de projeção cartográfica	118
4.7.1	Classificação dos sistemas de projeção	118
4.7.1.1	Quanto à propriedade que conservam.	118
4.7.1.2	Quanto à orientação do eixo da superfície de projeção	119
4.7.1.3	Designação	120
4.8	Nomenclatura de folhas de topografia.	121
4.9	Sistema de projeção universal transversal de Mercator (UTM)	123
4.9.1	Quadrículas	128
4.9.2	Fator escala	128
4.10	Transporte de distâncias	130
4.10.1	Transporte de distâncias topográficas para diferentes altitudes	130
4.10.2	Transporte de distância da altitude H para o geoide	131
4.10.3	Transporte de distância ao elipsoide.	131
4.10.4	Projeção da distância elipsoidal sobre o plano.	131
4.10.5	Seqüência de cálculo para distâncias	132

4.11 Azimutes	132
4.11.1 Azimute topográfico	132
4.11.2 Azimute plano.	133
4.11.3 Azimute elipsóidico	134
4.12 Convergência meridiana	134
4.13 Redução angular	136
4.14 Ângulo geodésico e ângulo plano	138

UNIDADE 1

Elementos de topografia

1.1 Introdução à topografia

Etimologicamente a palavra TOPOS, em grego, significa lugar e GRAPHEN descrição. Assim, de uma forma bastante simples, topografia significa descrição do lugar, podendo ser definida como nos excertos a seguir:

A Topografia tem por objetivo o estudo dos instrumentos e métodos utilizados para obter a representação gráfica de uma porção do terreno sobre uma superfície plana (DOUBEK, 1989).

A Topografia tem por finalidade determinar o contorno, dimensão e posição relativa de uma porção limitada da superfície terrestre, sem levar em conta a curvatura resultante da esfericidade terrestre (ESPARTEL, 1987).

As operações efetuadas em campo, com o objetivo de coletar dados para a posterior representação, denominam-se de *Levantamento Topográfico*.

De acordo com a Norma Brasileira para execução de Levantamento Topográfico (NBR 13133), este é definido por:

Conjunto de métodos e processos que, através de medições de ângulos horizontais e verticais, de distâncias horizontais, verticais e inclinadas, com instrumental adequado à exatidão pretendida, primordialmente, implanta e materializa pontos de apoio no terreno, determinando suas coordenadas topográficas. A estes pontos se relacionam os pontos de detalhe visando a sua exata representação planimétrica numa escala pré-determinada e à sua representação altimétrica por intermédio de curvas de nível, com equidistância também pré-determinada e/ou pontos cotados (ABNT, 1991, p. 3).

A Topografia pode ser entendida como parte da Geodésia, ciência que tem por objetivo determinar a forma e dimensões da Terra.

Topografia é a arte de representar numa folha de papel, chamada planta ou carta, uma superfície terrestre de pequena dimensão com seus limites acidentais, naturais e artificiais, figurantes na área considerada, com expressão do seu relevo e sem levar em consideração a curvatura resultante da esfericidade terrestre.

1.1.1 Divisão da topografia

Classicamente a Topografia é dividida em Topometria e Topologia.

A Topologia tem por objetivo o estudo das formas exteriores do terreno e das leis que regem o seu modelado.

A Topometria estuda os processos clássicos de medição de distâncias, ângulos e desníveis, cujo objetivo é a determinação de posições relativas de pontos. Pode ser dividida em planimetria e altimetria.

Tradicionalmente o levantamento topográfico pode ser dividido em duas partes: o levantamento planimétrico, em que se procura determinar a posição planimétrica dos pontos (coordenadas X e Y) e o levantamento altimétrico, cujo objetivo é determinar a cota ou altitude de um ponto (coordenada Z). A realização simultânea dos dois levantamentos dá origem ao chamado levantamento planialtimétrico. A Figura 1 ilustra o resultado de um levantamento planialtimétrico de uma área.

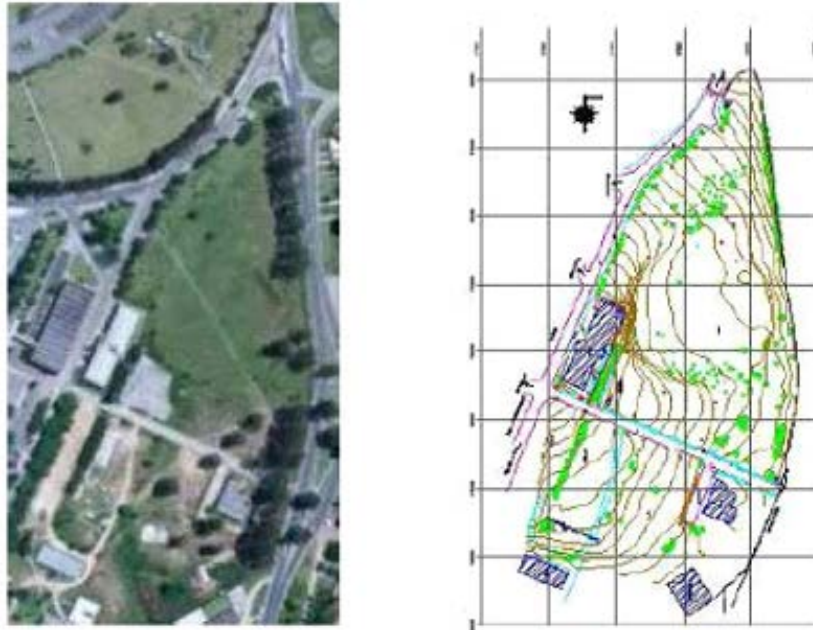


Figura 1 Representação de um levantamento planialtimétrico.

A Topografia é a base para diversos trabalhos de engenharia, nos quais o conhecimento das formas e dimensões do terreno se faz importante. Alguns exemplos de aplicação são:

- projetos e execução de estradas;
- grandes obras de engenharia como pontes, portos, viadutos, túneis, etc.;
- locação de obras;
- trabalhos de terraplenagem;
- monitoramento de estruturas;
- planejamento urbano;
- irrigação e drenagem;
- reflorestamentos, etc.

Em diversos trabalhos a Topografia está presente na etapa de planejamento e projeto, fornecendo informações sobre o terreno, na execução e acompanhamento da obra, realizando locações e fazendo verificações métricas e, finalmente, no monitoramento da obra após sua execução, para determinar, por exemplo, deslocamentos de estruturas.

1.1.2 Sistemas de coordenadas cartesianas

Um dos principais objetivos da Topografia é a determinação de coordenadas relativas de pontos. Para tanto, é necessário que estas sejam expressas em um sistema de coordenadas. Quando se posiciona um ponto, nada mais se está fazendo que lhe atribuindo coordenadas, que por sua vez deverão estar referenciadas em um sistema de coordenadas.

No espaço bidimensional, um sistema bastante utilizado é o sistema de coordenadas retangular ou cartesiano. Esse é um sistema de eixos ortogonais no plano, constituído de duas retas orientadas X e Y, perpendiculares entre si (Figura 2). A origem desse sistema é o cruzamento dos eixos X e Y.

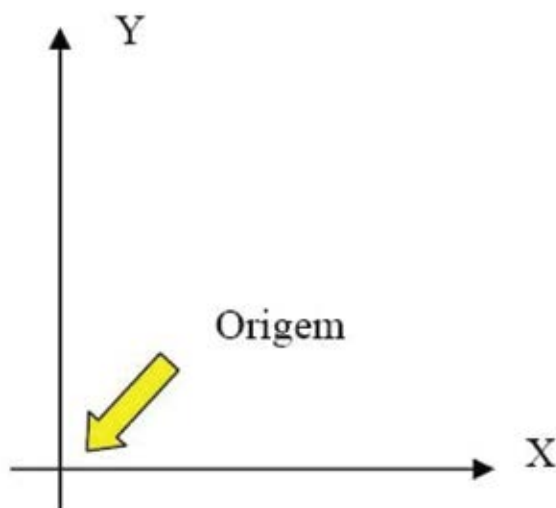


Figura 2 Sistema de coordenadas cartesianas.

Um ponto é definido nesse sistema a partir de uma coordenada denominada abscissa (coordenada X) e outra, denominada ordenada (coordenada Y). Um dos símbolos $P(x,y)$ ou $P = (x,y)$ são utilizados para denominar um ponto P com abscissa x e ordenada y. Na Figura 3 é apresentado um sistema de representação de pontos, cujas coordenadas da origem são $O(0,0)$. Nele estão representados os pontos A (10,10), B (15,25) e C (20,-15).

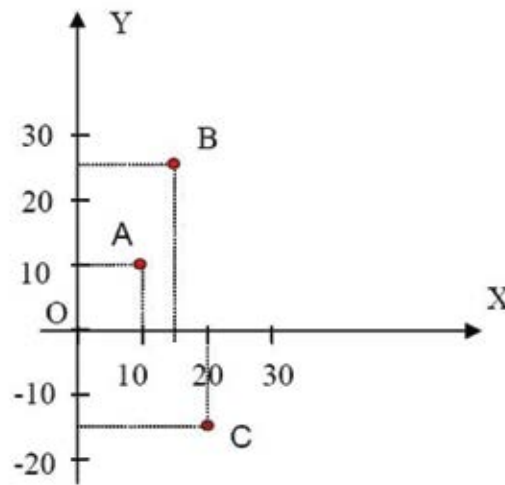


Figura 3 Sistema de representação de pontos no sistema de coordenadas cartesianas.

1.1.3 Superfícies terrestres de referência

Devido às irregularidades da superfície terrestre utilizam-se, para a sua representação, modelos simples, regulares e geométricos e que mais se aproximam da forma real para efetuar os cálculos. Cada um desses modelos têm sua aplicação e, quanto mais complexa a figura empregada para a representação da Terra, mais complexos serão os cálculos sobre essa superfície.

1.1.3.1 Modelo esférico

Em diversas aplicações a Terra pode ser considerada uma esfera, como no caso da Astronomia. Um ponto pode ser localizado sobre essa esfera a partir de sua latitude e longitude. Tratando-se de Astronomia, essas coordenadas são denominadas de latitude e longitude astronômicas. A Figura 4 ilustra essas coordenadas.

- Latitude Astronômica (Φ): é o arco de meridiano contado desde o Equador até o ponto considerado, sendo, por convenção, positiva no hemisfério Norte e negativa no hemisfério Sul.
- Longitude Astronômica (Λ): é o arco de Equador contado desde o meridiano de origem (Greenwich) até o meridiano do ponto considerado. Por convenção, a longitude varia de 0° a $+180^\circ$ no sentido leste de Greenwich e de 0° a 180° por oeste de Greenwich.

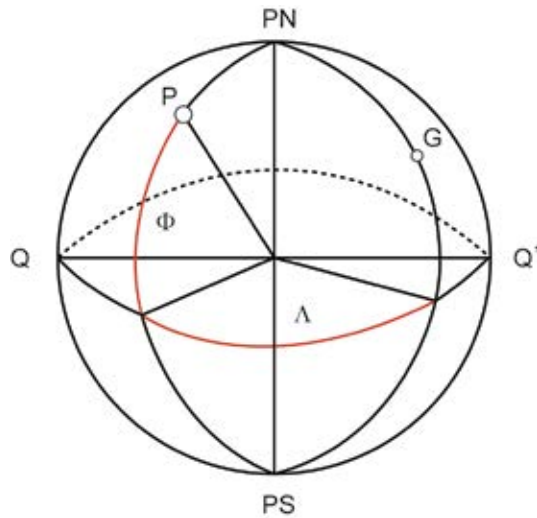


Figura 4 Terra esférica: coordenadas astronômicas.

1.1.3.2 Modelo elipsoidal

A Geodésia adota como modelo o elipsoide de revolução (Figura 5). Também chamado de biaxial, o elipsoide de revolução é a figura geométrica gerada pela rotação de uma semi-elipse (geratriz) em torno de um de seus eixos (eixo de revolução), se tal eixo for o menor tem-se um elipsoide achatado. Há mais de 70 diferentes elipsoides de revolução e são utilizados em trabalhos de Geodésia no mundo todo.

Um elipsoide de revolução fica definido por meio de dois parâmetros, os semieixos a (maior) e b (menor). Em Geodésia, é tradicional considerar como parâmetros o semieixo maior a e o achatamento f , expresso pela equação:

$$f = \frac{a - b}{a} \text{ onde:}$$

a : semieixo maior da elipse.

b : semieixo menor da elipse.

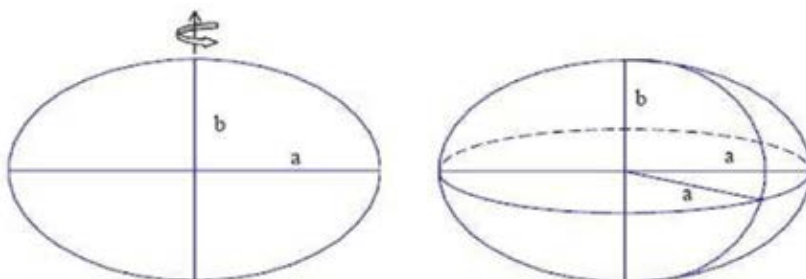


Figura 5 Elipsoide de revolução.

1.1.3.3 Modelo geoidal

O modelo geoidal é o que mais se aproxima da forma da Terra. É definido teoricamente como sendo o nível médio dos mares em repouso, prolongado através dos continentes. Não é uma superfície regular e é de difícil tratamento matemático. Na Figura 6 são representados de forma esquemática a superfície física da Terra, o elipsoide e o geóide.

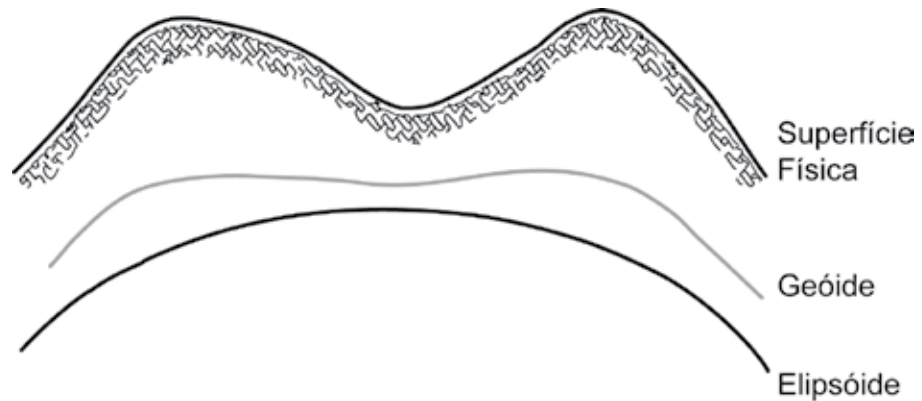


Figura 6 Superfície física da Terra, elipsoide e geóide.

1.1.3.4 Modelo plano

Considera-se a porção da Terra em estudo como sendo plana. É a simplificação utilizada pela Topografia. Essa aproximação é válida dentro de certos limites e facilita bastante os cálculos topográficos. Porém, face aos erros decorrentes dessas simplificações, esse plano tem suas dimensões limitadas. Tem-se adotado como limite para esse plano na prática a dimensão de 20 a 30 km. A NRB 13133 para execução de levantamento topográfico (1994) admite um plano com aproximadamente 80 km.

1.1.4 Limite da topografia

O efeito da curvatura na distância nos impõe o limite de ação da topografia conforme demonstrado a seguir com base nas Figuras 7 e 8.

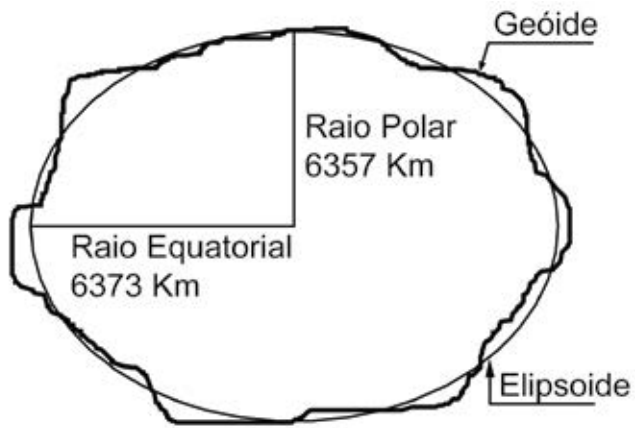


Figura 7 Representação simplificada da Terra e seus modelos.

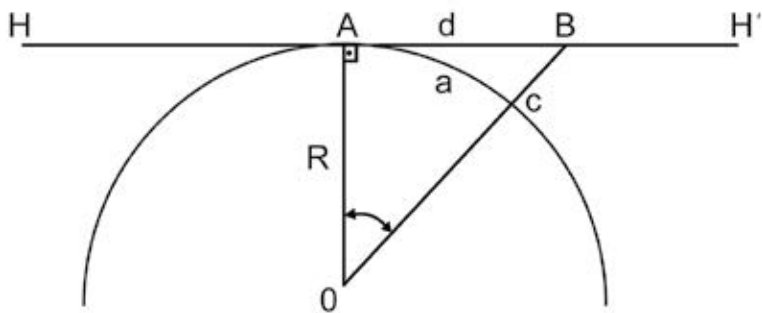


Figura 8 Correlação entre representação na curva e no plano.

H H': Plano topográfico.

R: Raio da Terra (adotaremos 6.360 km).

A: Ponto de tangência.

α : $0^{\circ}30'$.

$$\text{Erro} = d - a$$

Cálculo de d:

$$\text{tg}\alpha = \frac{d}{R} \quad d = \text{tg}\alpha \cdot R \quad d = 55,50288 \text{ Km}$$

Cálculo de a:

$$\begin{array}{l} 2\pi R \dots 360^{\circ} \\ a \dots 0^{\circ}30' \end{array}$$

$$a = \frac{\Pi \cdot R \cdot 0^{\circ}30'}{180^{\circ}}$$

$$a = 55,50147 \text{ Km}$$

$$\text{erro} = 55,50288 - 55,50147$$

$$\text{erro} = 0,00141 \text{ Km ou } 1,41 \text{ metros}$$

1.1.5 Classificação dos erros de observação

Para representar a superfície da Terra são efetuadas medidas de grandezas como direções, distâncias e desníveis. Essas observações inevitavelmente estarão afetadas por erros. As fontes de erro poderão ser:

- Condições ambientais: erros causados pelas variações das condições ambientais como vento, temperatura, etc. Exemplo: variação do comprimento de uma trena com a variação da temperatura.
- Instrumentais: erros causados por problemas como a imperfeição na construção ou ajuste de equipamentos. A maior parte dos erros instrumentais pode ser reduzida adotando-se técnicas de verificação/retificação, calibração e classificação, além de técnicas particulares de observação.
- Pessoais: erros causados por falhas humanas, como falta de atenção ao executar uma medição, cansaço, etc.

Os erros, causados por esses três elementos apresentados anteriormente, poderão ser classificados em: erros grosseiros, erros sistemáticos e erros acidentais ou aleatórios.

1.1.5.1 Erros grosseiros

Causados por engano na medição, na leitura dos instrumentos, na identificação de alvo, etc., normalmente estão relacionados com a desatenção do observador ou a uma falha no equipamento. Cabe ao observador cercar-se de cuidados para evitar sua ocorrência ou detectar sua presença. A repetição de leituras é uma forma de se evitar erros grosseiros. Alguns exemplos de erros grosseiros:

- anotar 196 ao invés de 169;
- engano na contagem de lances (trenadas) durante a medição de uma distância com trena.

1.1.5.2 Erros sistemáticos

São aqueles erros cuja magnitude e sinal algébrico podem ser determinados seguindo leis matemáticas ou físicas. Pelo fato de serem produzidos por causas conhecidas, podem ser evitados por meio de técnicas particulares de observação ou mesmo eliminados, mediante a aplicação de fórmulas específicas. São erros que se acumulam ao longo do trabalho.

Exemplos de erros sistemáticos, que podem ser corrigidos por meio de fórmulas específicas:

- efeito da temperatura e pressão na medição de distâncias com medidor eletrônico de distância;
- correção do efeito de dilatação de uma trena em função da temperatura.

1.1.5.3 Erros acidentais ou aleatórios

São aqueles que permanecem após os erros anteriores terem sido eliminados. São erros que não seguem tipo algum de lei e ora ocorrem num sentido, ora noutro, tendendo a se neutralizar quando o número de observações é grande.

1.1.6 Escalas

É comum em levantamentos topográficos a necessidade de representar no papel uma certa porção da superfície terrestre. Para que isso seja possível, teremos que representar as feições levantadas em uma escala adequada para os fins do projeto. De forma simples, podemos definir escala com sendo a relação entre o valor de uma distância medida no desenho e sua correspondente no terreno. A NBR 8196 (1999), que trata dos procedimentos do emprego de escalas em desenho técnico, define escala como sendo a relação da dimensão linear de um elemento e/ou um objeto apresentado no desenho original para a dimensão real do mesmo e/ou do próprio objeto. Escala é uma relação constante que existe entre o desenho e o natural, a escala é adimensional, é usada para ampliação ou redução. Obs.: No nosso caso usaremos sempre para redução.

$$E = \frac{D(\text{natural})}{d(\text{desenho})}$$

$$\frac{1}{E} = \frac{d}{D}$$

Uma escala é dita grande quando apresenta o denominador pequeno (por exemplo: 1:50, 1:100, 1:200, etc.). Já uma escala pequena possui o denominador grande (1:10.000, 1:500.000, etc.).

Como já foi dito, o valor da escala é adimensional, ou seja, não tem dimensão (unidade). Escrever 1:200 significa que uma unidade no desenho equivale a 200 unidades no terreno.

Desenho	Terreno
1 cm	200 cm
1 cm	2 m
1 cm	0,002 Km

1.1.6.1 Escalas usuais

- a) 1:100 a 1:500 Representação de todos os acidentes do terreno, naturais ou artificiais.
- b) 1:500 a 1:2.000 Levantamento de pequenas áreas, loteamentos urbanos, estradas de rodagem.
- c) 1:2000 a 1:5.000 Levantamento de propriedades de extensão média (fazenda mais ou menos de 400 alqueires do tipo paulista).
- d) 1:10.000 a 1:20.000 Levantamento de grandes propriedades, cadastro fazendário.
- e) 1:50.000 a 1:100.000 Folha topográfica de grandes regiões administrativas.
- f) 1:500.000 a 1:2.000.000 Cartas geográficas de países.

Exemplo:

Realizou-se uma medida no campo com uma extensão de 525,456 metros. Queremos saber qual a correspondente a essa medida no desenho que se encontra na escala 1:500.

$$\frac{1}{E} = \frac{d}{D}$$

$$\frac{1}{500} = \frac{d}{525,456}$$

$$d = \frac{1 * 525,456}{500}$$

$$d = 1,051 \text{ m}$$

$E = \frac{D(\text{natural})}{d(\text{desenho})}$, é usual deixar o numerador sendo a unidade, portanto a

fórmula passará a ser: $\frac{1}{E} = \frac{d}{D}$

Exemplos:

1. Representar no desenho o comprimento de 432,45 metros em escala 1:500.

$$\frac{1}{E} = \frac{d}{D} \Rightarrow \frac{1}{500} = \frac{d}{432,45} \Rightarrow d = 432,45 \text{ m}/500 \Rightarrow d = 0,87 \text{ m.}$$

2. Na planta (desenho) medimos uma distância AB de 28,4 centímetros na escala 1:300. Qual a distância real AB?

$$\frac{1}{E} = \frac{d}{D} \Rightarrow \frac{1}{300} = \frac{28,4 \text{ cm}}{D} \Rightarrow D = 28,4 \text{ cm} * 300 \Rightarrow D = 8.520 \text{ cm}$$

ou $D = 85,20 \text{ m}$.

3. Medindo-se os lados 0,15 metros e 0,08 metros de uma figura retangular (no desenho) na escala 1:200. Deseja-se saber qual a área real.

$$\frac{1}{E} = \frac{d}{D} \Rightarrow D = 0,15 \text{ m} * 200 \Rightarrow D = 30 \text{ m}$$

$$\frac{1}{E} = \frac{d}{D} \Rightarrow D = 0,08 \text{ m} * 200 \Rightarrow D = 16 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \text{lado} * \text{lado} \Rightarrow \text{Área} = 30 \text{ m} * 16 \text{ m} \Rightarrow \text{Área} = 480 \text{ m}^2$$

Obs.: Nunca devemos extrair uma medida de um desenho e considerá-la correta, pois a folha pode ter sofrido uma deformação e o instrumento usado para medir pode estar fora das dimensões apresentadas e, por tais motivos, obteríamos um resultado falso. Agora, se precisamos comprar fios de arames para fazermos uma cerca, nesse caso, sim, podemos extrair as medidas do desenho, pois o possível erro não causaria problema algum.

Escala Gráfica

O uso desse instrumento tem suas vantagens, pois a escala gráfica acompanha as alterações que o papel sofrer.

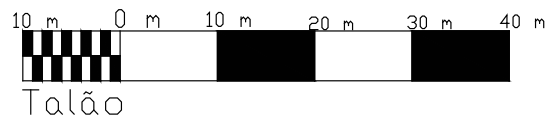
Para podermos tê-la, é preciso definir antes a escala numérica.

Exemplo: Vamos construir uma escala gráfica com apoio na escala numérica 1:1.000 de 10 em 10 metros.

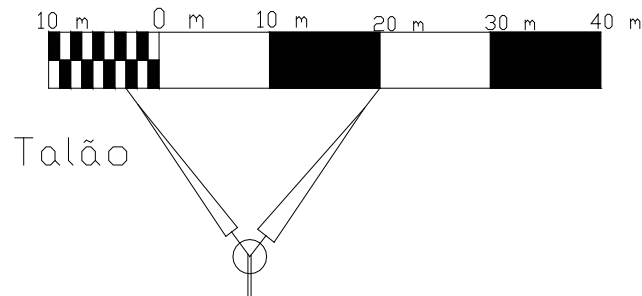
$$\frac{1}{1000} = \frac{d}{10}$$

$$d = \frac{10}{1000}$$

$$d = 0,010$$



Como extrair uma medida usando uma escala gráfica?



Com o uso de um compasso e medindo da direita para a esquerda extraímos a medida desejada, que no exemplo é de 22 metros.

Existe no mercado uma ferramenta chamada escalímetro, foi fabricada sob a seguinte fórmula de escala $\frac{1}{E} = \frac{d}{D}$.

Esses aparelhos possuem como unidade o metro. Podemos observar que o escalímetro é uma escala gráfica.

Precisão Gráfica

É a menor representação que podemos executar em um desenho, que segundo as normas do desenho técnico é de 1/5 do milímetro ou 0,0002 milímetro. Por essa razão podemos determinar a menor representação no desenho em função de sua escala.

$e=0,0002 * E$

Exemplo na escala 1/100 o $e = 2$ cm.

1.1.7 Unidades de medidas

Linear – metro (m)

Superfície – are

1 are = 100 m²

1 hectare (ha) = 10.000 m² (unidade oficial)

Medidas agrárias

1 alqueire (alq.) = 24.000 m² (tipo paulista)

1 alqueire (alq.) = 48.000 m² (alqueirão)

Angular – Sexagesimal (circunferência dividida em 360 partes – “grau”)

Centesimal (circunferência dividida em 400 partes – “grado”)

1.1.8 Equipamentos auxiliares da topografia

a) baliza

b) ficha

c) corrente do agrimensur

d) trena de pano ou lona

e) trena de aço

f) fita de fibra ou aço

g) caderneta de campo

1.1.9 Medição de distâncias

1.1.9.1 Medida direta de distâncias

A medida de distâncias de forma direta ocorre quando a mesma é determinada a partir da comparação com uma grandeza padrão, previamente estabelecida. A medição ocorre por meio de trenas ou diastímetros, conforme mostra a Figura 9.



Figura 9 Exemplos de trena.

1.1.9.2 Trena de fibra de vidro

A trena de fibra de vidro é feita de material resistente (produto inorgânico obtido do próprio vidro por processos especiais). Esses equipamentos podem ser encontrados com ou sem invólucro, podendo ter o formato de uma cruzeta ou de um círculo, e sempre apresentam distensores (manoplas) nas suas extremidades. Seu comprimento varia de 20 a 50m (com invólucro) e de 20 a 100m (sem invólucro). Comparada à trena de lona, deforma menos com a temperatura e a tensão, não se deteriora facilmente e é resistente à umidade e a produtos químicos, sendo também bastante prática e segura.

Durante a medição de uma distância utilizando uma trena, é comum o uso de alguns acessórios como: piquetes, estacas testemunhas, balizas e níveis de cantoneira.

1.1.9.3 Piquetes

Os piquetes são necessários para marcar convenientemente os extremos do alinhamento a ser medido. Os piquetes apresentam as seguintes características:

- fabricados de madeira roliça ou de seção quadrada com a superfície no topo plana;
- assinalados (marcados) na sua parte superior com tachinhas de cobre, pregos ou outras formas de marcações que sejam permanentes;
- comprimento variável de 15 a 30cm (depende do tipo de terreno em que será realizada a medição);
- diâmetro variando de 3 a 5cm;
- é cravado no solo, porém parte dele (cerca de 3 a 5cm) deve permanecer visível, sendo que sua principal função é a materialização de um ponto topográfico no terreno.

1.1.9.4 Estacas testemunhas

São utilizadas para facilitar a localização dos piquetes, indicando sua posição aproximada. Normalmente obedecem às seguintes características:

- cravadas próximas ao piquete, cerca de 30 a 50 cm;
- comprimento variável de 15 a 40 cm;
- diâmetro variável de 3 a 5cm;
- chanfradas na parte superior para permitir uma inscrição, indicando o nome ou número do piquete. Normalmente a parte chanfrada é cravada voltada para o piquete, conforme mostra a Figura 10.

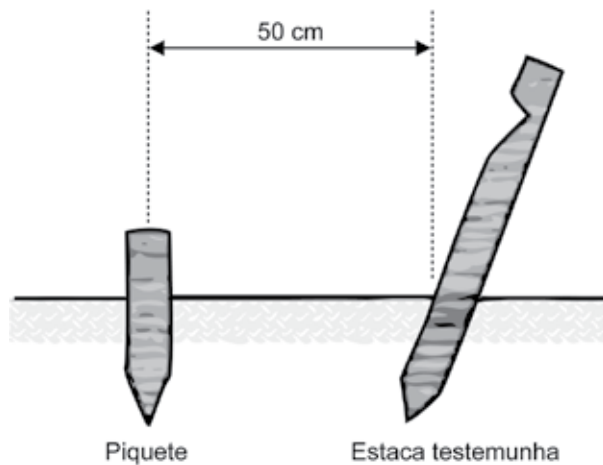


Figura 10 Representação da implantação de um piquete e estaca testemunha.

1.1.9.5 Balizas

São utilizadas para manter o alinhamento, na medição entre pontos, quando há necessidade de se executar vários lances, conforme mostra a Figura 11.

Suas principais características são:

- construídas em madeira ou ferro arredondado, sextavado ou oitavado;
- terminadas em ponta guarnecida de ferro;
- têm 2m de comprimento;
- diâmetro variável de 16 a 20mm;
- pintadas em cores contrastantes (branco e vermelho ou branco e preto) para permitir que sejam facilmente visualizadas a distância.

Devem ser mantidas na posição vertical, sobre o ponto marcado no piquete, com auxílio de um nível de cantoneira.



Figura 11 Exemplos de balizas.

1.1.9.6 Nível de cantoneira

Equipamento em forma de cantoneira e dotado de bolha circular que permite ao auxiliar segurar a baliza na posição vertical sobre o piquete ou sobre o alinhamento a medir, conforme mostra a Figura 12.



Figura 12 Nível de cantoneira.

1.1.10 Medição de distância com trena

1.1.10.1 Medida em lance único

Na medição da distância horizontal entre os pontos A e B procura-se, na realidade, medir a projeção de AB no plano horizontal, resultando na medição de A'B', conforme mostra a Figura 13.

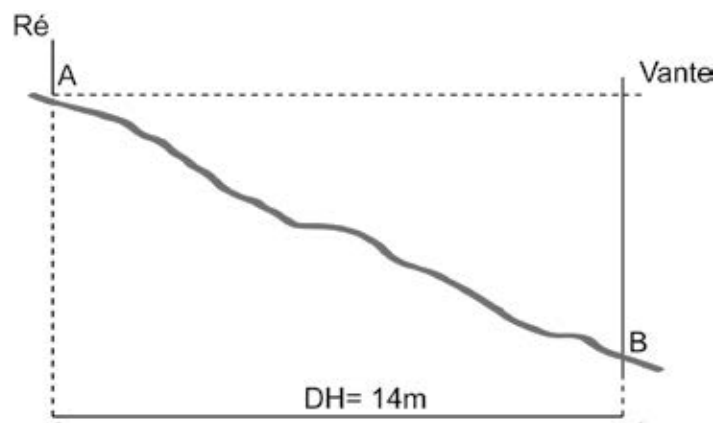


Figura 13 Medida a trena em lance único.

1.1.10.2 Cuidados técnicos com as medições

- Devemos tracionar a trena (de 3 a 5 kgf) para evitar a catenária.
- Usar a trena o mais próximo possível do chão, apoiá-la sobre o terreno quando este for plano.
- Para manter a trena na horizontal é necessário que o operador tenha experiência.
- Considerar sempre a menor leitura feita na trena, conforme mostra a Figura 14.

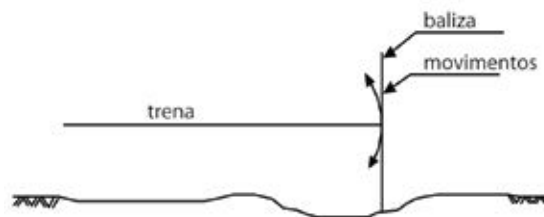


Figura14 Tomando a menor leitura da trena.

- Em terrenos inclinados, a trena deve ser apoiada na parte mais alta e mantida suspensa na parte mais baixa do terreno para assim obtermos a horizontalidade.

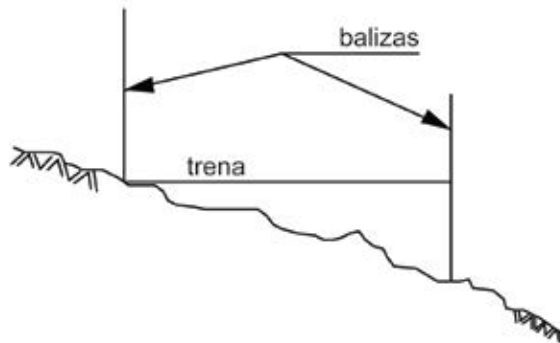


Figura 15 Medição em terreno inclinado.

- Devemos também manter o alinhamento entre os extremos que queremos medir.



Figura 16 Definição do alinhamento entre dois pontos do terreno.

Obs.: a medida correta entre dois pontos é sempre a menor entre eles.

Importante: É sempre bom compararmos a trena usada com uma outra de melhor precisão, pois se houver uma diferença poderemos posteriormente fazer a correção.

Exemplos:

a) Mede-se uma distância AB, resultando 240,50 metros. Posteriormente constatamos que a trena usada estava com 20,04 metros ao invés dos 20,00 metros padrão. Corrigir a distância medida.

DH Trena 240,50m 20,04m. Medir alguma coisa é comparar com um padrão, X 20,00m, como no nosso caso ele está maior, coube menos vezes dentro do intervalo a medir, por essa razão a regra de três é inversamente proporcional, devemos inverter uma das razões

$$\begin{array}{l} \text{DH} \quad \text{Trena} \\ 240,50\text{m} \quad 20,00\text{m} \quad X=240,50\text{m} \cdot 20,04\text{m} / 20,00\text{m} \\ X \quad 20,04\text{m} \quad X=240,98\text{m} \end{array}$$

Notamos que a distância corrigida aumentou pelo fato de que se tivéssemos usado a trena aferida, caberia mais vezes dentro do intervalo a ser medido. Dessa maneira podemos determinar uma constante $K = \text{trena usada} / \text{trena padrão}$.

b) Corrigir as distâncias sabendo:

Trena usada = 19,97 metros

Trena correta (padrão) = 20,00 metros.

Tendo a constante $K = 19,97\text{m} / 20,00\text{m}$, é só multiplicar pela distância obtida.

$$CC = K \cdot CC$$

Linha	Comprimento medido	Comprimento Corrigido
0-1	100,50m	100,35m
1-2	85,45m	85,32m
2-3	278,9 m	278,48m
3-4	520,8 m	520,02m

Obs.: Com o exposto acima, podemos usar um equipamento onde conheçamos o erro, mas após o uso devemos fazer a correção.

1.1.10.3 Medidas em vários lances em terrenos inclinados

Quando a distância entre os dois pontos é maior que o comprimento da trena, costuma-se dividir a distância a ser medida em partes chamadas lances. A distância final entre os dois pontos será a somatória das distâncias de cada lance. A execução da medição utilizando lances é descrita a seguir.

Analisando a Figura 17, o balizeiro de ré (posicionado em A) orienta o balizeiro intermediário, cuja posição coincide com o final da trena para que este se mantenha no alinhamento AB.

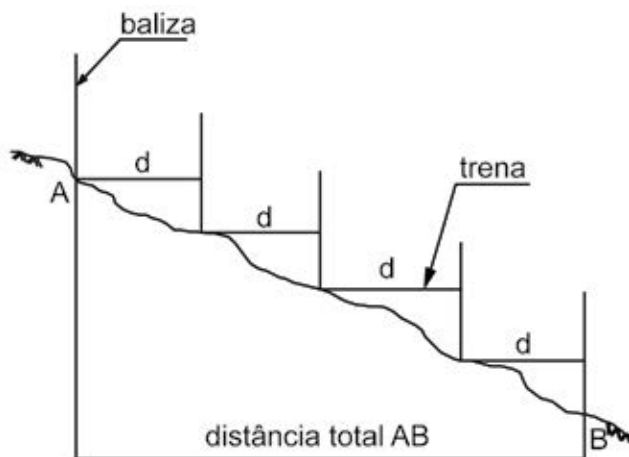


Figura 17 Medição em vários lances.

Depois de executado o lance, o balizeiro intermediário marca o final da trena com uma ficha (haste metálica com uma das extremidades em forma de cunha e a outra em forma circular). O balizeiro de ré, então, ocupa a posição do balizeiro intermediário, e este, por sua vez, ocupará nova posição ao final do diastímetro. Repete-se o processo de deslocamento das balizas (ré e intermediária) e de marcação dos lances até que se chegue ao ponto B.

É de máxima importância que, durante a medição, os balizeiros se mantenham sobre o alinhamento AB.

1.1.11 Medição indireta de distâncias

Uma distância é medida de maneira indireta, quando no campo são observadas grandezas que se relacionam com esta, através de modelos matemáticos

previamente conhecidos. Ou seja, é necessário realizar alguns cálculos sobre as medidas efetuadas em campo para se obter indiretamente o valor da distância, utilizando-se para tais cálculos os elementos da trigonometria.

1.1.12 Precisão

- a) Estadia: de 1:300 a 1:1.000.
- b) Trena comum: de 1:1.000 a 1:5.000.
- c) Trena aferida: de 1:10.000 a 1:30.000.

1.1.13 Medidas de distância com trena de aço para alta precisão

Para as medições com trena de aço é preciso levar em conta as seguintes observações:

- Devemos para estas medidas corrigir:

- a) Tensão
- b) Catenária
- c) Temperatura

- a) Tensão

$$Cd = \frac{(P - p) \cdot l}{A \cdot E}$$

Onde:

Cd = correção da distância em metros

P = tensão aplicada em Kgf

p = tensão padrão

l = comprimento da trena em metros

A = área da seção transversal da trena em mm²

E = módulo da elasticidade do aço em Kg (2400 Kg/mm²)

Outra fórmula (mais usada)

$$Cd = cf \cdot l \cdot (P - p)$$

Onde:

cf = coeficiente de dilatação por m/Kgf

l = comprimento da trena usada em metros

P = tensão aplicada

p = tensão padrão

b) Catenária

$$C = \frac{(w)^2 \cdot l^3}{24 \cdot P^2}$$

Onde:

C = correção entre os extremos em metros

W = peso da trena Kg/m

l = distância entre os apoios em metros

P = tensão aplicada em Kgf

c) Temperatura

$$C_t = 0,000012 \cdot l \cdot (T - T_0)$$

Onde:

Ct = correção da temperatura

0,000012 = coeficiente de dilatação

l = comprimento da trena entre os apoios

T = temperatura ambiente

T₀ = temperatura do fabricante

1.1.14 Medida de uma linha

Deve-se estaquear ou sinalizar a extensão a medir com auxílio do teodolito.

Em seguida, nivelam-se os pontos.

As medidas são tomadas com a trena apoiada no chão e tracionada com dinamômetro.

Toma-se a temperatura ambiente.

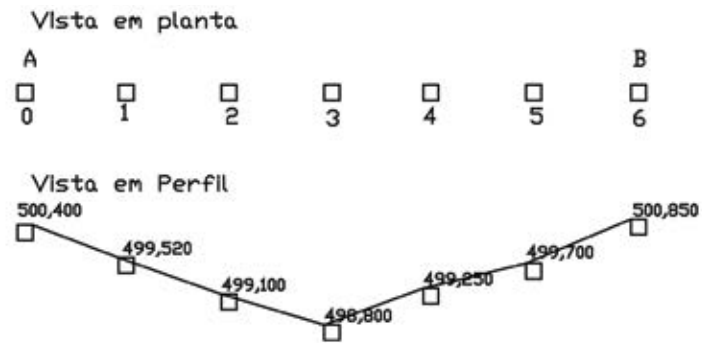


Figura 18 Exemplo de medição de uma linha.

Exemplo para o primeiro lance:

Com os dados acima, façamos a correção da distância 0-1.

Dados:

0-1 = 29,977 metros (distância medida com a trena apoiada no chão).

Temperatura da trena:

Padrão = 20°C

Ambiente = 32°C

Tensão:

Padrão = 8 Kgf

Aplicada = 11 Kgf

Peso da trena (w) = 0,052 kg/m

Coefficiente de dilatação = 0,00005 m

$$\begin{aligned}
 DC &= 29,977 \text{ m} + (0,000012 * 29,977 \text{ m} * (32^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})) + \\
 &\quad + 0,00005 * 29,977 \text{ m} * (11 \text{ kgf} - 8 \text{ Kgf}) \\
 &= 29,986 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Lembrado que a temperatura e a tensão estão acima do padrão, o resultado da leitura na trena será menor que o real. Não houve correção da catenária, pois a trena estava apoiada no solo (chão) e, caso existisse, seria sempre negativa.

1.1.15 Levantamento usando apenas trena

1.1.15.1 Medida de um ângulo qualquer

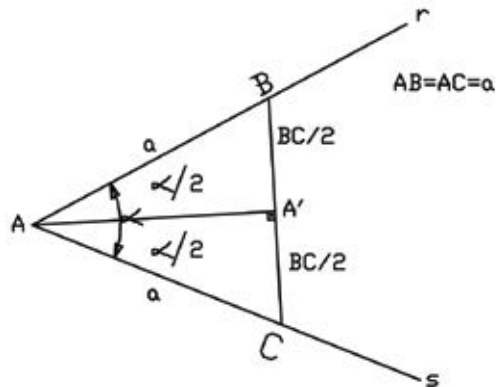


Figura 19 Elementos para medida de um ângulo qualquer.

$$\alpha = 2 \cdot \left(\arccos \frac{BC/2}{a} \right)$$

1.1.15.2 Medida de um ângulo reto (90°)

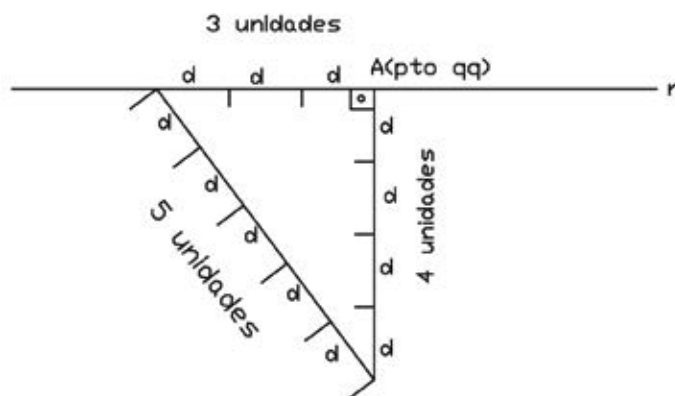


Figura 20 Elementos para medida de um ângulo reto.

Obs.: o menor triângulo retângulo.

1.1.16 Cálculo de área de uma figura qualquer

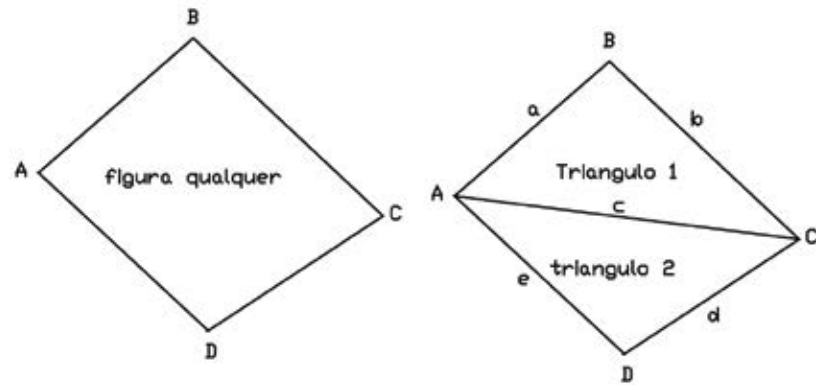


Figura 21 Exemplo de poligonal para cálculo da área.

$$\text{Area} = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$$

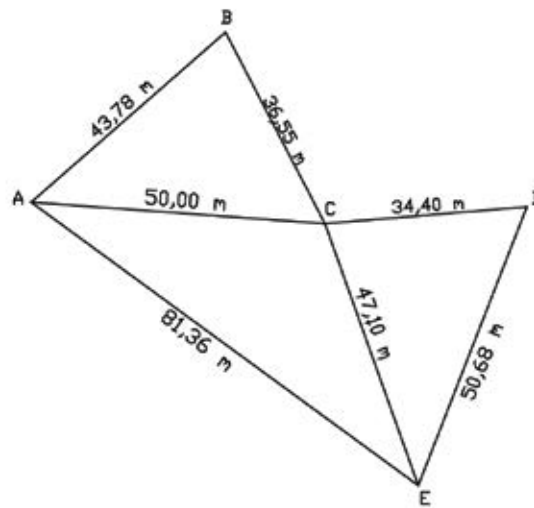
Onde:

p = semiperímetro

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

Exemplo:

Calcule a área da figura abaixo.



$$p = \frac{36,55 + 50 + 43,78}{2} \Rightarrow p = 65,165$$

$$\text{Área} = \sqrt{p(p - 36,55)(p - 50)(p - 43,78)} \Rightarrow \text{Área} = 777,642 \text{ m}^2$$

- Triângulo 1,2 e 3

$$p = \frac{34,40 + 50,68 + 47,10}{2} \Rightarrow p = 66,090$$

$$\text{Área} = \sqrt{p(p - 34,40)(p - 50,68)(p - 47,10)} \Rightarrow \text{Área} = 782,876 \text{ m}^2$$

- Triângulo 1,3 e 4

$$p = \frac{47,10 + 50 + 81,36}{2} \Rightarrow p = 89,230$$

$$\text{Área} = \sqrt{p(p - 47,10)(p - 50)(p - 81,36)} \Rightarrow \text{Área} = 1.077,327 \text{ m}^2$$

$$\text{Área total} = 777,642 + 782,876 + 1.077,327$$

$$\text{Área total} = 2.637,845 \text{ m}^2$$

1.1.17 Direção norte-sul e norte-sul verdadeira

- a) A linha norte-sul magnética é definida usando uma bússola, onde o seu ponteiro, estando livre, terá a propriedade de apontar o polo magnético da Terra.

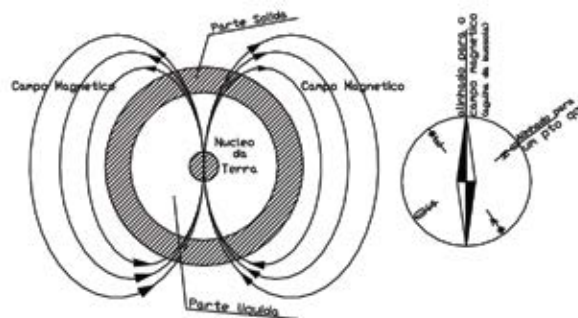


Figura 22 Linha norte-sul magnética.

b) A linha norte-sul verdadeira ou geográfica é definida pelo eixo imaginário da Terra. Essa linha é determinada visando-se um astro (Sol ou Estrela) ou usando um aparelho chamado giroscópio, hoje usamos também o GPS (Sistema de Posicionamento Global).



Figura 23 Linha norte-sul verdadeira.

Obs.: Existe um ângulo formado entre a linha norte-sul magnética e a linha norte-sul verdadeira que é de grande importância, denomina-se *declinação magnética*.

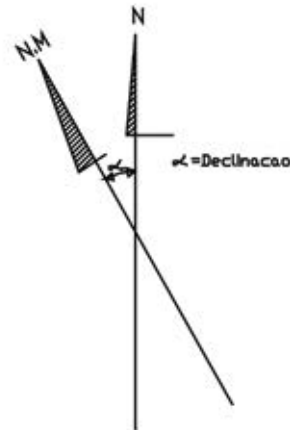


Figura 24 Declinação magnética.

α = é o ângulo chamado de declinação magnética, formado entre as duas linhas norte-sul.

A declinação sofre uma variação, podendo ser para leste (E) ou oeste (W) dependendo do lugar e época. Os órgãos oficiais de cartografia de cada país elaboram, a cada década, por exemplo, um mapa da declinação magnética com curvas de igual valor dessa variável, denominadas isogônicas.

1.1.18 Cartas isogônicas e isopóricas

Para a obtenção da declinação, bem como sua variação anual, podemos usar os mapas ou cartas magnéticas.

1.1.18.1 Carta isogônica

Com a carta isogônica, podemos definir linha ou curva isogônica como sendo o lugar dos pontos que tinham a mesma declinação na data da elaboração carta. Portanto, esse tipo carta nos fornece a declinação magnética no local que desejamos para o ano da carta (no nosso exemplo, janeiro de 1965).

Observemos a Figura 25 contendo linhas que unem pontos de igual declinação i magnética.



Figura 25 Carta isogônica.

1.1.18.2 Carta isopórica

Com a carta isopórica, podemos definir linha ou curva isopórica como sendo o lugar dos pontos que tinham a mesma variação anual de declinação.

Portanto, com as curvas isogônicas podemos obter a declinação em qualquer local na data da carta e com as curvas isopóricas, podemos obter a variação anual de declinação magnética e fazer a correção para qualquer data.

Obs.: Quando um ponto está entre curvas isogônicas ou isopóricas, devemos fazer a interpolação gráfica para termos valores mais exatos.

Observemos na Figura 26 a delimitação de regiões com mesma variação magnética em época e lugar.

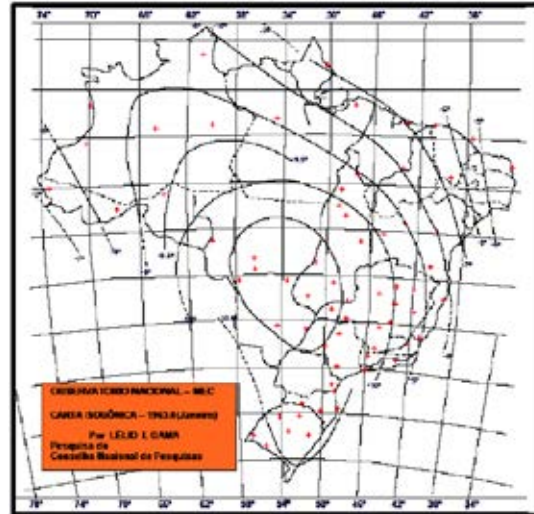


Figura 26 Carta isopórica.

1.1.19 Rumos e azimutes

1.1.19.1 Rumos

Rumo de uma linha é o menor ângulo compreendido entre a direção norte-sul e a linha tomada (direção).

É contado sempre a partir da linha norte-sul para leste ou para oeste. Pode ainda ser verdadeiro quando tem sua origem no eixo da Terra, e magnético quando tem sua origem no campo magnético da Terra.

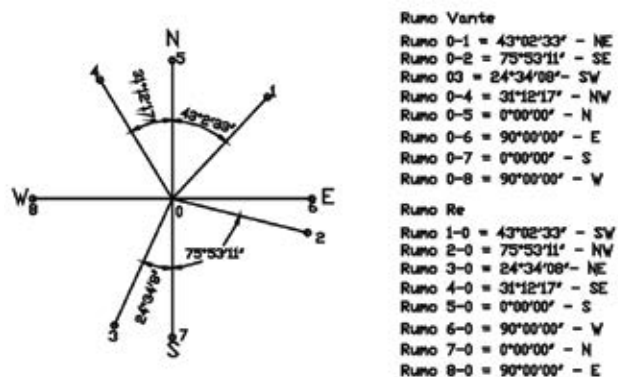


Figura 27 Rumos.

1.1.19.2 Azimutes

Azimute é o ângulo que a linha tomada (direção) forma com a direção norte-sul, variando de 0° a 360°.

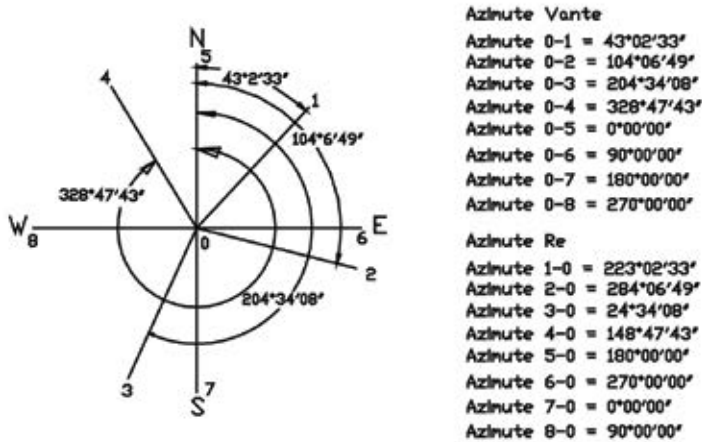


Figura 28 Azimutes.

Comparando os rumos e os azimutes, chegamos às seguintes conclusões:

1. Quadrante R = Az ou Az = R
2. Quadrante R = 180° – Az ou Az = 180 – R
3. Quadrante R = Az – 180° ou Az = 180 + R
4. Quadrante R = 360° – Az ou Az = 360° – R

Exemplo:

Complete a tabela abaixo:

Linha	Rumo Vante	Rumo Ré	Azimute Vante	Azimute Ré
0-1	78°23' NE	78°23' SW	78°23'	258°23'
1-2	2°55' SE	2°55' NW	177°05'	357°55'
2-3	87°12' SW	87°12' NE	267°12'	87°12'
3-4	37°25' SE	37°25' NW	142°35'	322°35'

Rumo ré 1-0 = 78°23' SW

Rumo Vante 1-2 = 2°55' SE

Azimute Vante 0-1 = 78°23'

Azimute Ré 2-1 = 360° - 2°55' = 357°55'

Azimute Ré 1-0 = 180° + 78°23' = 258°23'

$$\text{Azimute Vante 1-2} = 357^{\circ}55' - 180^{\circ} = 177^{\circ}05'$$

$$\text{Rumo Vante 2-3} = 267^{\circ}12' - 180^{\circ} = 87^{\circ}12' \text{ SW}$$

$$\text{Rumo Vante 3-4} = 180^{\circ} - 142^{\circ}35' = 37^{\circ}25' \text{ SE}$$

$$\text{Rumo Ré 3-2} = 87^{\circ}12' \text{ NE}$$

$$\text{Rumo Ré 4-3} = 37^{\circ}25' \text{ NW}$$

$$\text{Azimute Ré 3-2} = 267^{\circ}12' - 180^{\circ} = 87^{\circ}12'$$

$$\text{Azimute Vante 3-4} = 322^{\circ}35' - 180^{\circ} = 142^{\circ}35'$$

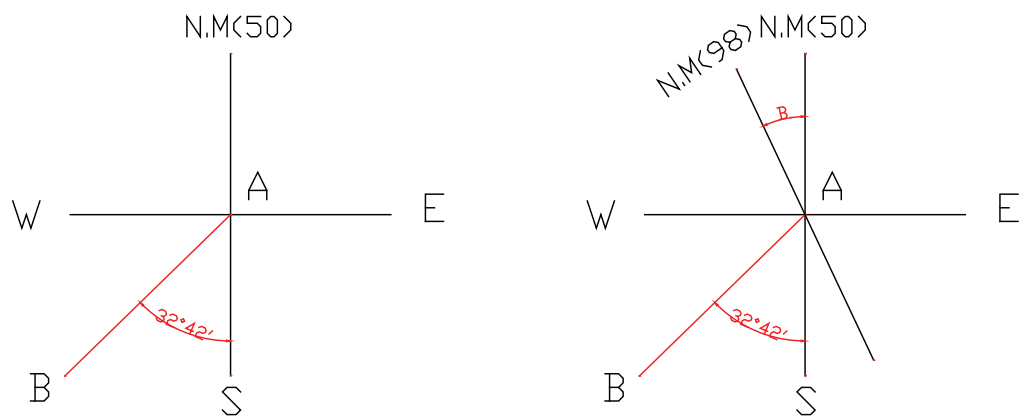
1.1.20 Aviventação de rumo ou azimute

Já vimos que a direção magnética de uma linha não é fixa ao longo do tempo e também que existe um ângulo formado entre a direção magnética e a direção verdadeira, então, além de aviventar (renascer) uma direção magnética podemos também transformá-la em uma direção verdadeira.

Exemplos:

1. O rumo magnético de uma linha A-B, medido em 5/02/1950 era de $32^{\circ}42' \text{ SW}$. Calcule o mesmo rumo para 20/05/1998.

Dados: variação anual da região é $0^{\circ}07' \text{ W}$.



$$RM_{A-B} = RM_{A-B(50)} + \beta$$

$$\beta = \Delta \text{tempo} * \text{variação da declinação.}$$

Cálculo do Δ tempo:

$$20 \text{ de maio de } 1998 = \frac{19}{30} + 4 + 1997 = 1997,38611$$

$$05 \text{ de fevereiro de } 1950 = \frac{04}{30} + 1 + 1949 = 1949,09444$$

$$\Delta\text{tempo} = 48,26167 \text{ anos}$$

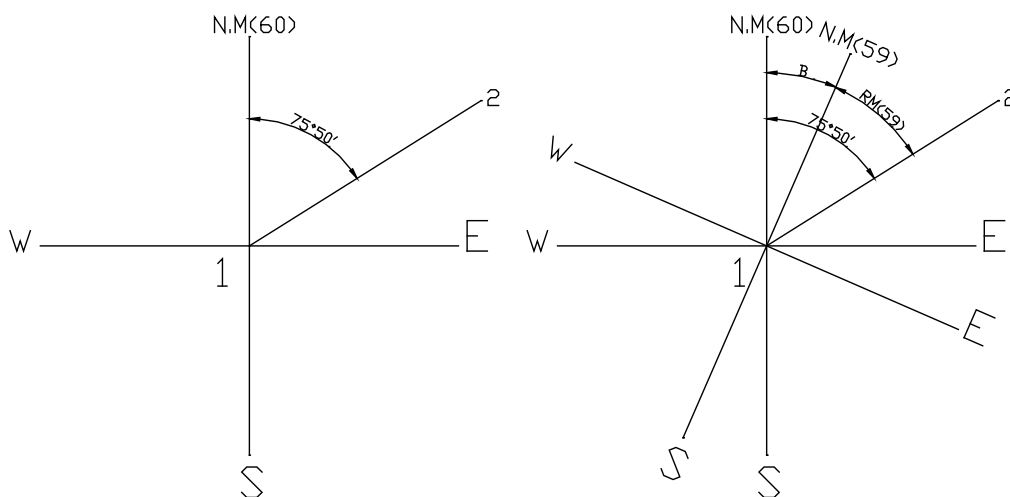
$$\beta = 48,26167 \text{ anos} * 0^{\circ}07' = 5^{\circ}37'50'' \cong 5^{\circ}38'$$

$$RM_{A-B} = 32^{\circ}42'SW + 5^{\circ}38'RM_{A-B} = 38^{\circ}20'SW$$

2. O rumo magnético de uma linha 1-2, medido em 15/04/1960 era de $75^{\circ}50'$ NE. Calcule o rumo verdadeiro dessa linha.

Dados: Declinação magnética em 1956 era de $12^{\circ}15''/W$.

Varição magnética anual é de $0^{\circ}09'/W$.



$$RM_{1-2} = RM_{1-2(60)} - \beta$$

$$\beta = \Delta\text{tempo} * \text{variação da declinação.}$$

Cálculo do Δ tempo:

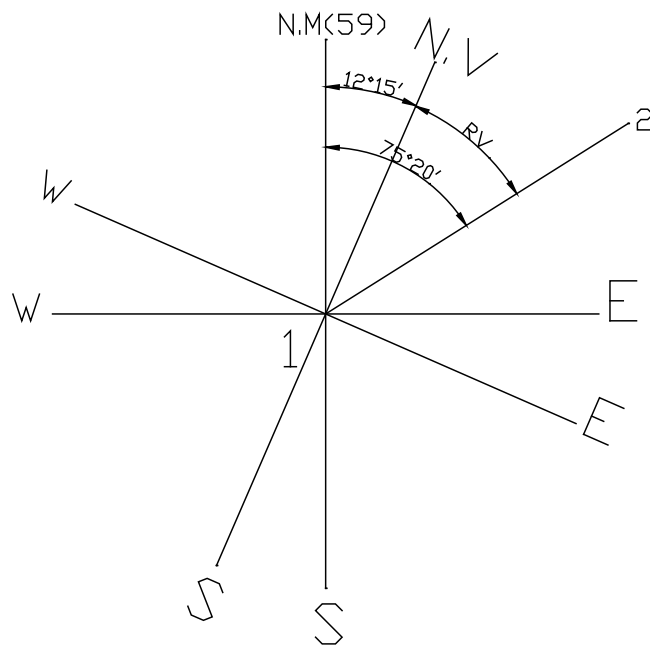
$$15 \text{ de abril de } 1960 = \frac{14}{30} + 3 + 1959 = 1959,28889$$

$$1 \text{ de janeiro de } 1950 = 1956 \pm$$

$$\Delta \text{tempo} = 3,28889 \text{ anos}$$

$$\beta = 3,28889 \text{ anos} * 0^{\circ}09' = 0^{\circ}29'36'' \cong 0^{\circ}30'$$

$$RM_{1-2} = 75^{\circ}50'NE - 0^{\circ}30'RM_{1-2} = 75^{\circ}20'NE$$

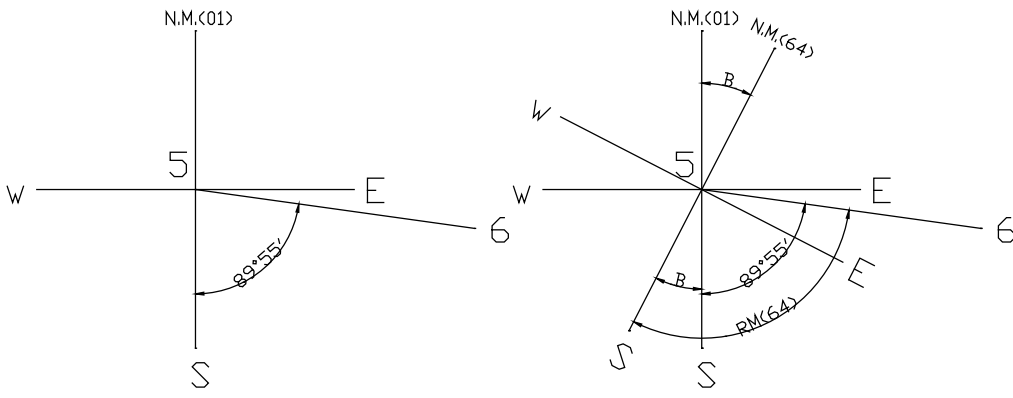


$$\begin{aligned} RV_{1-2} &= RM_{1-2(56)} - \text{Declinação magnética}RV_{1-2} \\ &= 75^{\circ}20'NE - 12^{\circ}15' = 63^{\circ}05'NE \end{aligned}$$

3. O rumo magnético de uma linha 5-6, medido em 20/02/2001 era de $89^{\circ}55'$ SE. Calcule o rumo magnético dessa linha para 4/11/1964 e o rumo verdadeiro.

Dados: Declinação magnética em 1980 era de $17^{\circ}25'$ W

Varição magnética anual é de $0^{\circ}08'$ W



UNIDADE 2

Métodos de levantamento planimétrico

2.1 Introdução

Todo levantamento topográfico é baseado em uma figura geométrica conhecida como poligonal. Durante um levantamento topográfico, normalmente são determinados pontos de apoio ao levantamento (pontos planimétricos, altimétricos ou planialtimétricos) e, a partir destes, são obtidos os demais pontos que permitem representar a área levantada. A primeira etapa pode ser chamada de estabelecimento do apoio topográfico e a segunda de levantamento de detalhes.

O levantamento de detalhes é definido na NBR 13133 como:

conjunto de operações topográficas clássicas (poligonais, irradiações, interseções ou por ordenadas sobre uma linha-base), destinado à determinação das posições planimétricas e/ou altimétricas dos pontos, que vão permitir a representação do terreno a ser levantado topograficamente a partir do apoio topográfico. Estas operações podem conduzir, simultaneamente, à obtenção da planimetria e da altimetria, ou então, separadamente, se as condições especiais do terreno ou exigências do levantamento obrigarem à separação (ABNT 1994, p. 3).

A representação topográfica estará baseada em pontos levantados no terreno, para os quais são determinadas as coordenadas.

2.2 Técnicas de levantamento planimétrico

A poligonação é um dos métodos mais empregados para a determinação de coordenadas de pontos em Topografia, principalmente para a definição de pontos de apoio planimétricos. Uma poligonal consiste em uma série de linhas consecutivas, onde são conhecidos os comprimentos e direções, obtidos a partir de medições em campo.

O levantamento de uma poligonal é realizado a partir do método de caminhamento: percorre-se o contorno de um itinerário definido por uma série de pontos e medem-se todos os ângulos e lados a partir de uma orientação inicial (Figura 24). A partir desses dados e de uma coordenada de partida, é possível calcular as coordenadas de todos os pontos que formam essa poligonal.

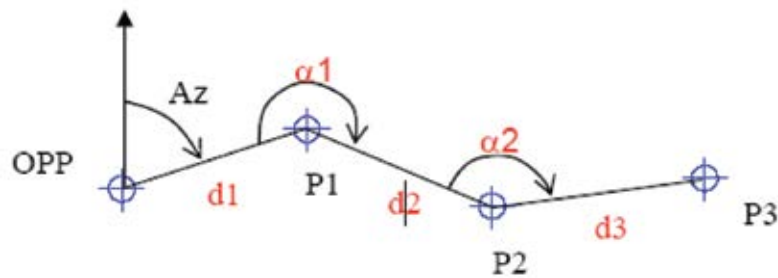


Figura 29 Levantamento de uma poligonal.

Utilizando-se uma poligonal é possível definir uma série de pontos de apoio ao levantamento topográfico, a partir dos quais serão determinadas coordenadas de outros pontos utilizando, por exemplo, o método de irradiação a ser visto posteriormente.

2.3 Classificação das poligonais

A NBR 13133 (ABNT, 1994) classifica as poligonais em principal, secundária e auxiliar:

- Poligonal principal: poligonal que determina os pontos de apoio topográfico de primeira ordem;
- Poligonal secundária: aquela que, apoiada nos vértices da poligonal principal, determina os pontos de apoio topográfico de segunda ordem;
- Poligonal auxiliar: poligonal que, baseada nos pontos de apoio topográfico planimétrico, tem seus vértices distribuídos na área ou faixa a ser levantada, de tal forma que seja possível coletar, direta ou indiretamente, por irradiação, interseção ou ordenadas sobre uma linha de base, os pontos de detalhes julgados importantes, que devem ser estabelecidos pela escala ou nível de detalhamento do levantamento.

As poligonais levantadas em campo poderão ser abertas, fechadas ou enquadadas.

2.3.1 Poligonal aberta

Nas poligonais abertas (Figura 30) não são conhecidas as coordenadas de saída e de chegada, por esse motivo não é possível verificar o erro de fechamento.

Para verificá-lo devem-se determinar as coordenadas geográficas (latitude e longitude), utilizando os conceitos de astronomia de campo (visando um astro,

por exemplo, o Sol). Na atualidade utilizamos para tal finalidade o GPS (Sistema de Posicionamento Global).

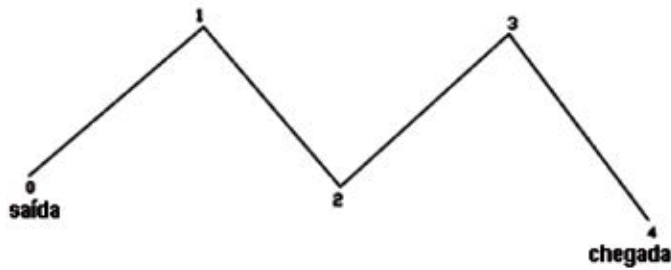


Figura 30 Levantamento de uma poligonal aberta.

Sabemos que os meridianos não são paralelos, convergem para os polos, por esse motivo quando as poligonais forem na sua extensão superiores a 18 Km devemos fazer a correção das mesmas no azimute das direções.

A fórmula simplificada para fazer a correção da convergência meridiana é:

$$C = \Delta\lambda \cdot \sin \varphi$$

onde:

C = correção a ser aplicada ao azimute medido

$\Delta\lambda$ = longitude oeste da estação menos a longitude oeste do meridiano de referência.

φ = latitude da estação

2.3.2 Poligonal fechada

Nas poligonais fechadas parte-se de um ponto com coordenadas conhecidas e retorna-se ao mesmo (Figura 31). Sua principal vantagem é permitir a verificação de erro de fechamento angular e linear. A poligonal fechada é o caso ideal, e devemos sempre tentar executá-la em campo.

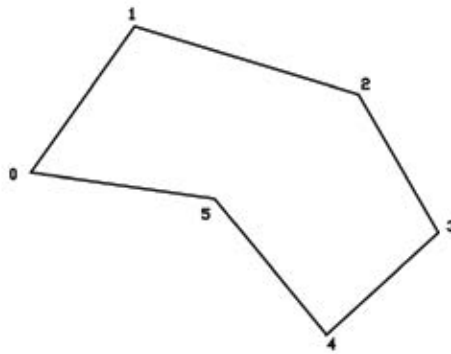


Figura 31 Levantamento de uma poligonal fechada.

2.3.3 Poligonal secundária

A poligonal secundária parte de um ponto com coordenadas conhecidas e vai a outro ponto também de coordenadas conhecidas (Figura 32).

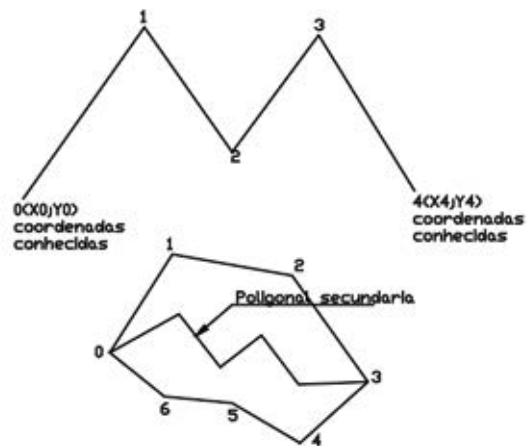


Figura 32 Levantamento de uma poligonal secundária.

2.4 Levantamento e cálculo de poligonais fechadas

Em topografia é importante utilizar uma poligonal fechada, pois esta traz como vantagem a possibilidade de se verificarem os erros angular e linear cometidos no momento de seu levantamento.

2.4.1 Levantamento da poligonal

Um dos elementos necessários para a definição de uma poligonal são os ângulos formados por seus lados. Na medição dos ângulos, normalmente o azimute

acumulado (Figura 33) é determinado pelos ângulos externos ou internos da poligonal (Figura 34). Também é comum realizar a medida dos ângulos de deflexão dos lados da poligonal (Figura 35).

$$\text{Azimute inicial (Az1)} = \text{Azimute final (Az5)}$$

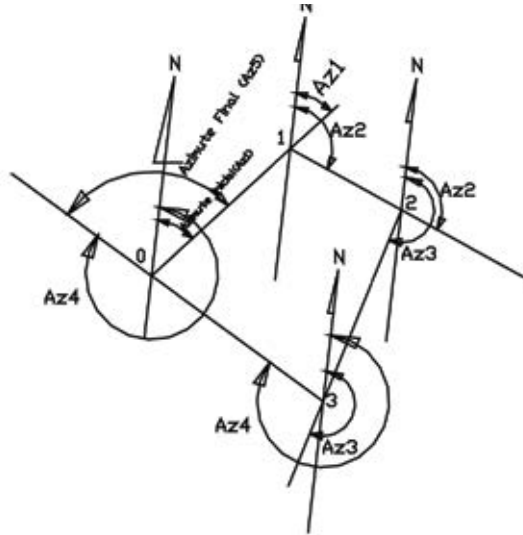


Figura 33 Medição de ângulo por azimute acumulado.

Ângulo horário: chamamos ângulo horário quando cresce no sentido horário e ângulo à esquerda quando cresce no sentido anti-horário. Os aparelhos (teodolitos) desde 1970 só medem ângulos à direita (só têm um limbo).

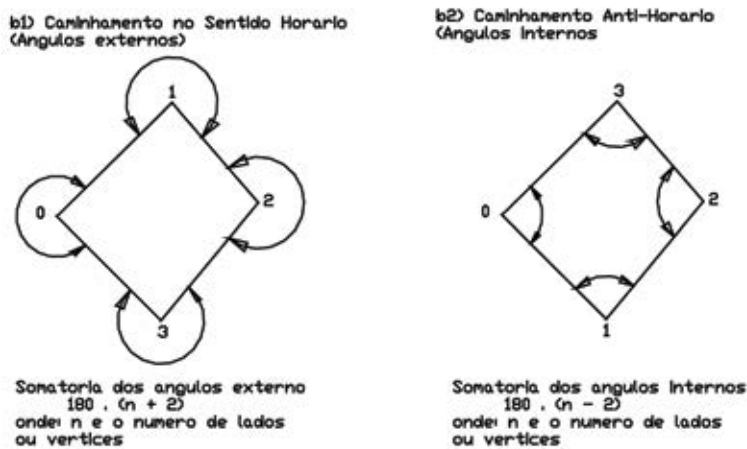


Figura 34 Medição de ângulo pelos ângulos externos e internos de uma poligonal fechada.

Deflexão: é o ângulo formado entre o prolongamento da linha e a nova direção.

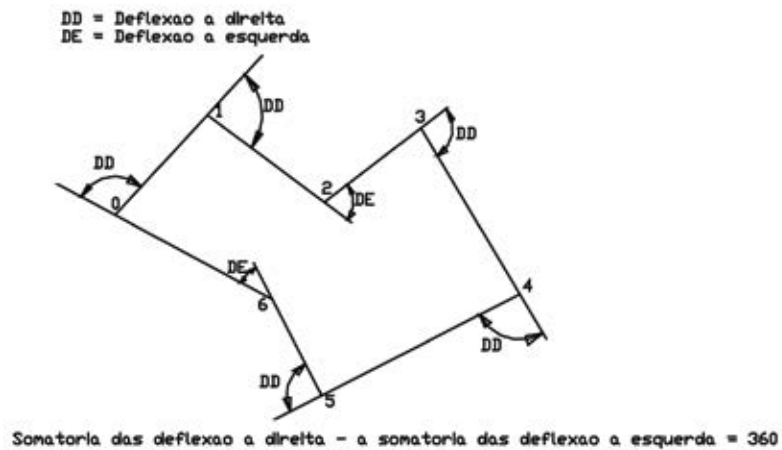


Figura 35 Medição pelo ângulo de deflexão de uma poligonal fechada.

Exercício

Completar a tabela abaixo:

Estação (Est.)	0	1	2	3
Ponto Visado (PV)	1	2	3	0
Ângulo horiz. a direita (interno)	91°02'	90°57'	87°03'	90°58'
Ângulo horiz. a direita (externo)				
Azimute acumulado				
Deflexão				

2.5 Levantamento com amarração dos detalhes

Denominam-se detalhes, os elementos do terreno que, por sua importância, características ou posição relativa, devem compor a planta topográfica. Tais elementos podem ser: rios, lagos e praias, florestas e lavouras, obras de engenharia, planos industriais, urbanísticos e viários, acidentes naturais (relevo), etc. Um levantamento detalhado dos elementos naturais ou artificiais presentes na área do levantamento topográfico enriquece em muito o trabalho final e, o mais importante, atende ao principal objetivo da Topografia, que é a fiel representação de uma porção da superfície física da Terra. A Figura 36 mostra um exemplo de levantamento de detalhe sinuoso.

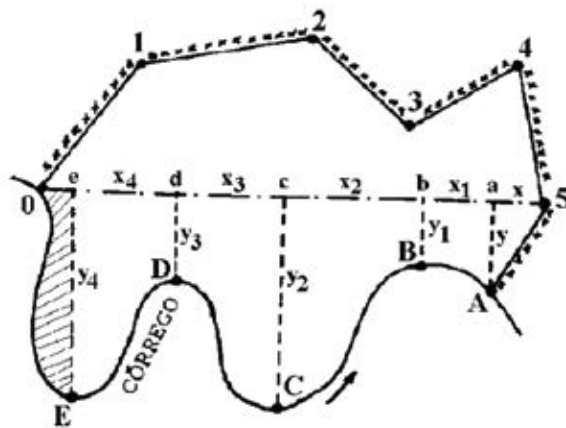


Figura 36 Levantamento de detalhes sinuosos.

2.5.1 Utilização dos métodos de levantamento dos detalhes

Em geral, todos os métodos de levantamento topográfico estudados podem ser utilizados na determinação e representação dos detalhes. Contudo, pelas características peculiares de cada um, em certas situações particulares, uns são mais indicados que os outros.

Como ilustração, se o ponto de interesse é inacessível, o processo da interseção é o mais indicado; em se tratando de detalhes de forma curvilínea, adapta-se melhor o método das coordenadas retangulares.

Quando os elementos de interesse se distribuem em torno de um ponto central, com visibilidade garantida, sem dúvida o processo da irradiação deve ser utilizado.

Utiliza-se o método do caminhamento quando os elementos de interesse se encontram afastados do local do levantamento, já para reconhecimento do local, o processo de medida dos lados pode perfeitamente ser usado pela vantagem da rapidez.

Há situação em que se faz necessário o uso de métodos combinados para a determinação do detalhe. É interessante frisar que, na prática, muitas vezes o bom senso do profissional definirá qual o melhor procedimento a ser adotado.

Em resumo, durante o levantamento topográfico, o caminhamento com o aparelho (teodolito) nunca é feito sobre a linha de divisa, por isso, constrói-se uma poligonal de base (geralmente implantada próxima à divisa, podendo ser interna, externa ou ambas) e, a partir desta, serão feitas as amarrações dos detalhes que irão compor o levantamento total.

2.5.1.1 Amarração por coordenadas retangulares

Pela facilidade e rapidez das operações, esse método é especialmente indicado para levantamento de detalhes que apresentem configuração curvilínea, normalmente encontrados em sinuosidades de rios e em algumas divisas de propriedades.

Nesse processo, a posição do ponto topográfico de interesse é definida pela medição de suas coordenadas retangulares (x,y). Um dos lados da poligonal de apoio servirá como eixo de referência para a medição das abscissas e ordenadas (Figura 37).



Figura 37 Método das coordenadas retangulares.

Definido o eixo de referência, sobre ele serão marcadas as abscissas (x) dos pontos de interesse e perpendicularmente anotam-se as ordenadas (y).

Com uma trena ou taqueômetro medem-se as abscissas e cravam-se os piquetes, instala-se o teodolito nesses pontos e visa-se uma baliza posicionada na origem (ponto 3). Ato contínuo, dá-se um giro de 90° e visam-se as balizas posicionadas nos pontos de detalhes a serem levantados. Segundo essa direção de colimação, são realizadas as medidas das ordenadas utilizando-se a trena ou taqueômetro. Todas as medidas efetuadas devem ser registradas em croqui para auxiliar o desenho final.

Em algumas situações, obstáculos podem impedir a visada em 90°, nesses casos emprega-se o método das coordenadas polares para determinar a posição dos pontos.

2.5.1.2 Amarração por coordenadas polares

De um ponto de abscissa conhecida (sobre o eixo de referência) medem-se o comprimento do alinhamento e o ângulo que este forma com o eixo de referência.

Obs.: Esse é o método mais utilizado na prática.

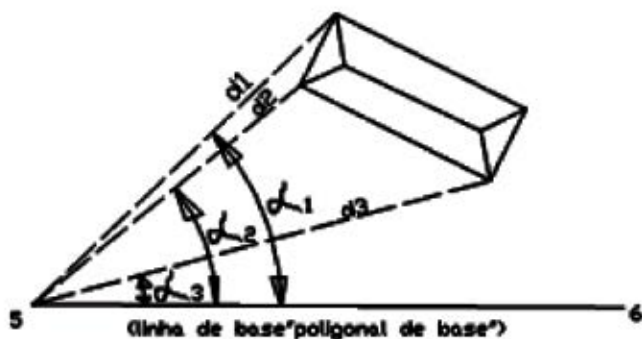


Figura 38 Método das coordenadas retangulares.

2.5.1.3 Cálculo da área

Com base na Figura 38 temos:

$$\text{Área} = \frac{h1 + h2}{2} \cdot d + \frac{h2 + h3}{2} \cdot d + \dots + \frac{h10 + h11}{2} \cdot d$$

Observando a fórmula notamos que de h2 até h10 as ordenadas sempre são usadas duas vezes e as ordenadas h1 e h11 (respectivamente a primeira e a última) serão usadas apenas uma vez, então podemos escrever:

$$\text{Área} = \frac{d}{2} \cdot (h1 + h11 + 2 \cdot (h2 + h3 + h4 + \dots + h10))$$

Generalizando a fórmula acima temos:¹

$$\text{Área} = \frac{d}{2} \cdot (h1 + hn + 2 \cdot (h2 + h3 + \dots + h(n-1)))$$

1 Fórmula de Bezout, Simpson, Poncelet.

2.5.1.4 Método da triangulação ou interseção

Temos também mais esses dois métodos para levantamento dos detalhes (Figura 39):

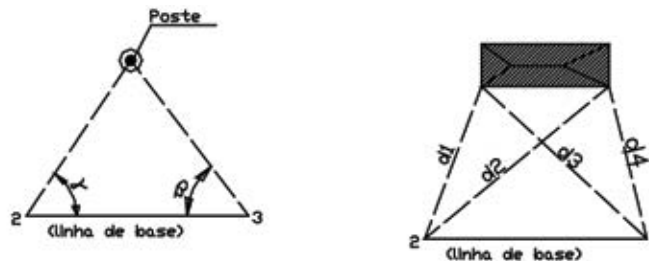


Figura 39 Método da triangulação ou interseção.

Obs.: Em um levantamento topográfico às vezes usamos todos os métodos.

2.6 Cálculo analítico da poligonal

Sabemos que toda quantidade medida não está isenta de erros, por isso devemos corrigi-los. Nos levantamentos topográficos medimos ângulos e distâncias.

2.6.1 Verificação do erro de fechamento angular

$$|\text{erro} \triangleleft| = \triangleleft \text{medido} - \triangleleft \text{calculados}$$

Para dar continuidade à compensação devemos ter: $|\text{Erro} \triangleleft| \leq |\text{Tolerância} \triangleleft|$ onde:

$$T \triangleleft = \pm m \cdot \sqrt{n}$$

m = menor unidade angular lida no aparelho (teodolito)

n = número de vértices ou número de lados da poligonal.

2.6.2 Compensação do erro de fechamento angular

Para termos a menor deformação possível na poligonal, devemos fazer a compensação angular nas menores distâncias e no maior número possível de lados, sem aumentar a precisão do aparelho usado no levantamento (Figura 40).



Figura 40 Deformação angular mínima na poligonal.

2.6.3 Cálculo dos azimutes

Em topografia consideramos que a linha norte-sul é paralela para todas as direções, por esse motivo medimos apenas o azimute (azimute inicial) da primeira direção e todos os outros serão calculados posteriormente usando a fórmula:

$$\text{Azimute}_{\text{procurado}} = \text{Azimute}_{\text{chegando}} + \text{ângulo}_{\text{horizontal}}$$

Se a soma for maior que 180° devemos subtrair 180° ou

Se a soma for menor que 180° devemos somar 180° .

Exercícios

Complete a tabela abaixo:

Estação	0	1	2	3	4
Ponto Visado	1	2	3	4	0
Ângulo horiz. à direita	94°37'	90°15'	250°30'	23°02'	81°34'
Ângulo horiz. à direita corrigido					
Azimute					
Rumo					
Dist. (m)	115,992	108,725	98,487	222,550	156,450

2.6.4 Cálculo das coordenadas parciais

São as projeções no eixo **x** e **y** (vamos indicá-las sempre por **x** e **y** minúsculas) conforme a Figura 41.

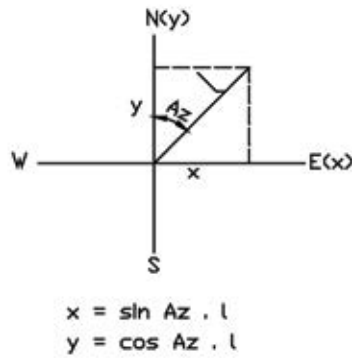


Figura 41 Projeção das coordenadas parciais x e y.

2.6.5 Cálculo das coordenadas totais

É a somatória das coordenadas parciais tanto em x como em y (Figura 42).

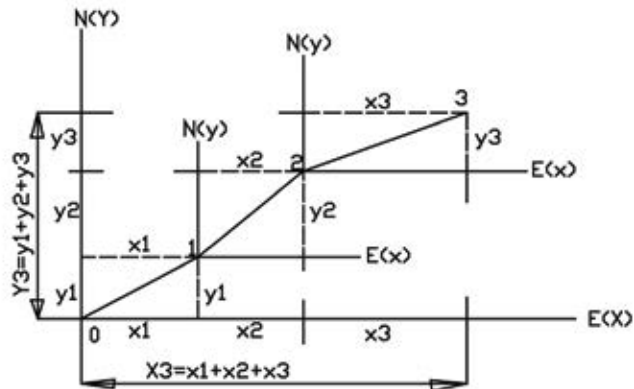


Figura 42 Projeção das coordenadas totais x e y.

2.6.6 Verificação do erro de fechamento linear

Quando realizamos um levantamento e usamos como base uma poligonal fechada, saímos de um determinado ponto e retornamos ao mesmo (ponto de saída), com isso, se fizermos uma somatória nas coordenadas parciais tanto x como y, o resultado será 0 (zero), mas se isso não ocorrer, temos então um erro linear, que deve ser corrigido (Figura 43).

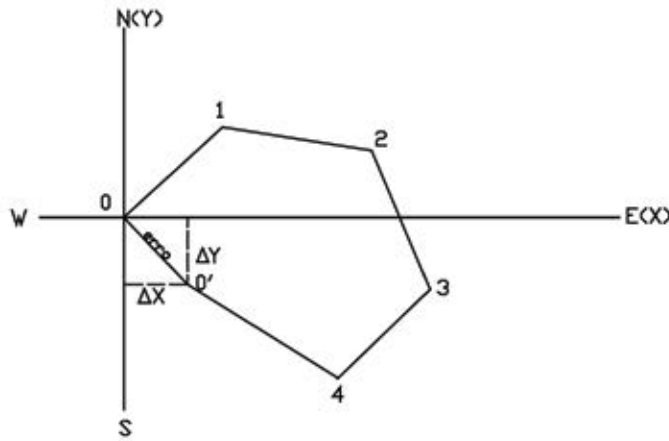


Figura 43 Erro planimétrico.

2.6.7 Erro de fechamento

Analisando a distância 0-0', é o que chamamos de erro de fechamento, podemos determiná-lo usando o Teorema de Pitágoras:

$$Erro_{\text{fechamento}} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$$

Esse erro não nos leva a uma conclusão, para chegar a esta, temos que relacionar o erro de fechamento com o perímetro, assim podemos chegar às devidas conclusões.

2.6.8 Erro relativo

$$Erro_{\text{relativo}} = \frac{Erro_{\text{fechamento}}}{Perimetro}$$

Mantendo o numerador fixo e aumentando o denominador (perímetro), o erro tende a 0 (zero), quanto mais próximo de zero a qualidade será melhor. Para facilitar a leitura desse erro usamos o inverso do erro relativo, o qual chamaremos de Incerteza.

2.8.9 Incerteza

Representaremos a incerteza por: 1 : I (erro de um metro a cada I)

$$\text{Incerteza} = \frac{1}{\text{Erro}_{\text{relativo}}}$$

Para podermos fazer a correção do erro linear, a incerteza deve se encontrar dentro do limite de tolerância.

Para serviços de engenharia, loteamentos urbanos $I \geq 12.000$.

2.6.10 Correção das coordenadas parciais

$$C_x = K_x \cdot \text{parcial } x$$

$$C_y = K_y \cdot \text{parcial } y$$

$$K_x = \frac{\Delta X}{\sum |\text{parcial } x|}$$

$$K_y = \frac{\Delta Y}{\sum |\text{parcial } y|}$$

2.6.11 Cálculo da área de um polígono pelo método das coordenadas totais

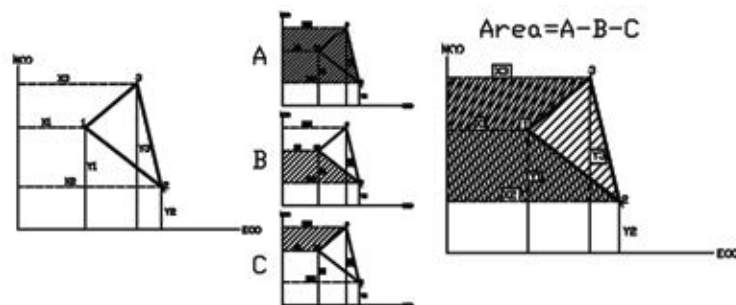


Figura 44 Cálculo da área por coordenadas totais.

$$\text{Área} = \frac{X_2 + X_3}{2} \cdot (Y_3 - Y_2) - \frac{X_2 + X_1}{2} \cdot (Y_1 - Y_2) - \frac{X_3 + X_1}{2} (Y_3 - Y_1)$$

$$2 \cdot \text{Área} = (X_2 + X_3) \cdot (Y_3 - Y_2) - [(X_2 + X_1) \cdot (Y_1 - Y_2)] - [(X_3 + X_1) \cdot (Y_3 - Y_1)]$$

$$2 \cdot \text{Área} = X_2Y_3 - X_2Y_2 + X_3Y_3 - X_3Y_2 - [X_2Y_1 - X_2Y_2 + X_1Y_1 - X_1Y_2] - [X_3Y_3 - X_3Y_1 + X_1Y_3 - X_1Y_1]$$

$$2 \cdot \text{Área} = X_2Y_3 - X_2Y_2 + X_3Y_3 - X_3Y_2 - X_2Y_1 + X_2Y_2 - X_1Y_1 + X_1Y_2 - X_3Y_3 + X_3Y_1 - X_1Y_3 + X_1Y_1$$

$$2 \cdot \text{Área} = X_2Y_3 - X_3Y_2 - X_2Y_1 + X_1Y_2 + X_3Y_1 - X_1Y_3$$

Os produtos positivos são aqueles que apresentam o X de um lado multiplicado pelo Y do lado seguinte, e os produtos negativos são os que têm X de um lado multiplicado pelo Y do lado anterior.

Generalizando:

$$\text{Área} = \left(\frac{\sum (X_n \cdot Y_{n+1}) + [\sum (Y_n \cdot X_{n+1} \cdot -1)]}{2} \right)$$

Onde: Produto da direita para esquerda X_n (origem); Y_{n+1} o próximo ponto.

Produto da esquerda para direita Y_n (origem); X_{n+1} o próximo ponto.

Exercícios

1. Complete a tabela abaixo:

Estação	0	1	2	3	4
Ponto Visado	1	2	3	4	0
Ângulo horiz. à direita	265°23'	269°45'	109°28'	336°58'	278°26'
Ângulo horiz. à direita corrigido					
Azimute					
Rumo					
Dist. (m)	115,992	108,725	98,487	222,550	156,450
Coord. parciais x					
Coord. parciais y					

2. Dadas as coordenadas totais de uma poligonal calcule a área total.

Ponto	X	Y
0	50	40
1	100	150
2	220	70
3	150	20

3. Dadas as coordenadas totais de uma poligonal calcule a área total.

Ponto	X	Y
0	50	40
1	100	150
2	220	70
3	150	20

4. Com a caderneta de campo abaixo, compense os erro angulares e lineares, calcule as coordenadas totais, desenhe em escala apropriada e calcule a área. Coordenadas 0=(100,200).

Est.	P.V.	α Hor.Campo(D)	Azimute	Dist.
0	1	106°47'		91,44
1	2	79°48'		58,55
2	3	93°50'		96,95
3	0	79°37'		68,15

Coordenadas 0 = (100,200).

2.6.12 Cálculo de rumo e distância

O cálculo do rumo e distância é feito conforme a seguir:

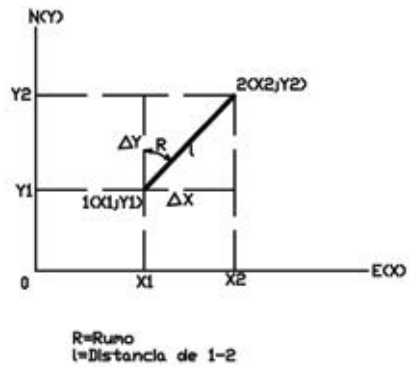


Figura 46 Rumo e distância.

Generalizando:

$$Dist_{1-2} = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2}$$

$$Rumo = \text{arc.tg} \frac{\Delta X}{\Delta Y}$$

2.6.13 Orientação do rumo em função dos sinais das coordenadas

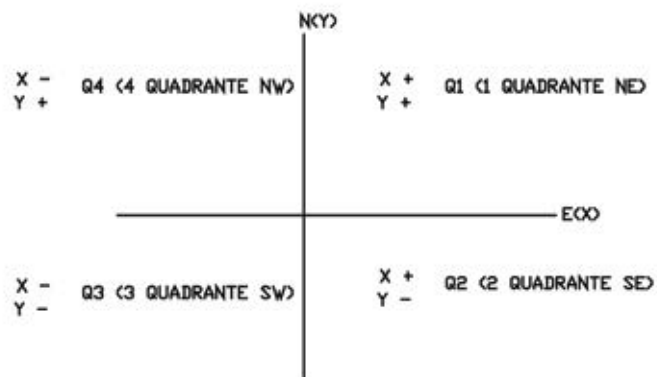


Figura 47 Orientação do rumo.

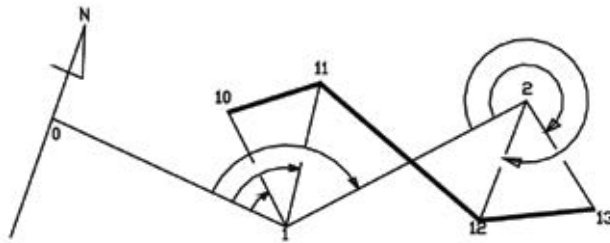
Exercício

Calcular o rumo e a distância das linhas 10-11; 11-12 e 12-13 e o ângulo à direita 11 e 12.

Dados: $O=(100,200)$.

Est.	P.V.	Ang.Horiz.(D)	Azimute	Dist.(m)	X	Y	PD
0	1		95°25'	150,45			
1	10	50°58'		15,20			
1	11	163°30'		17,89			
1	2	178°45'		248,78			
2	12	310°18'		10,68			
2	13	272°26'		12,75			

Croquis:



2.6.14 Partes que compõem o memorial descritivo

No final de cada serviço de topografia devemos apresentar ao cliente

- cópias da planta
- memória de cálculo
- memorial descritivo

O memorial descritivo deve conter as seguintes partes:

1. Caracterizar a propriedade (imóvel)

- nome do imóvel
- nome do proprietário
- localização
- área
- número do registro no INCRA, prefeitura.

2. Descrição do perímetro

O ponto inicial deve ter sua localização rigorosamente definida, de forma que possa ser aviventada a qualquer tempo.

Em seguida, é necessário mencionar o rumo ou azimuth e a distância de todas as linhas da poligonal.

3. Confrontações

Referências:

- nome da propriedade
- nome do proprietário

4. Servidão

Só deve ser mencionada quando a servidão legal existir.



Figura 48 Nivelamento geométrico simples.

2.6.15 Memorial descritivo

Memorial descritivo da fazenda Santo Antonio da Fartura, de propriedade do Sr. Augusto Moreira, localizada no distrito e município de Ribeirão Preto, comarca de Ribeirão Preto, estado de São Paulo, com área de 242.000 metros quadrados, 24,2 hectares ou 10 alqueires do tipo paulista, registrada no INCRA sob o número 123.456.789.

Descrição do Perímetro

A poligonal inicia-se no marco 0 (zero) cravado junto ao mourão de cerca da referida propriedade confrontando com as margens do lado direito do rio Jacaré e com a fazenda Palmital de propriedade do Sr. João Silveira.

Daí segue com as seguintes distâncias e azimutes

	Azimutes	Distâncias (m)
Do ponto 0 (zero) ao ponto 1 (um)	60°00'	400,45
Do ponto 1 (um) ao ponto 2 (dois)	170°20'	350,41
Do ponto 2 (dois) ao ponto 3 (três)	245°32'	610,30
Do ponto 3 (três) ao ponto 0 (zero)	sinuoso	501,52

Confrontações

Do marco 0 (zero) ao ponto 2 (dois) a propriedade confronta-se com a fazenda Palmital;

Do ponto 2 (dois) ao ponto 3 (três) a propriedade confronta-se com a Sra. Benetida da Silva;

Do ponto 3 (três) ao ponto 0 (zero) confronta-se com o rio Jacaré tendo sentido no seu curso natural, e confronta-se à margem esquerda com o Sr. Paulo Humberto.

Obs.: A propriedade é gravada com uma servidão de passagem de uma linha de alta tensão de propriedade da CPFL.

UNIDADE 3

Altimetria

3.1 Introdução

A altimetria tem como objetivo medir grandezas verticais (distâncias e ângulos verticais). Para isso deve-se adotar um plano de referência, que tenha como origem o nível médio do mar e como perpendicular, a vertical do lugar.²

A operação que determina essa distância vertical (altura ou cota) chama-se nivelamento.

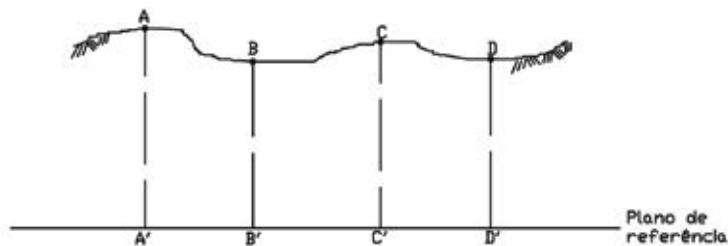


Figura 49 Plano de referência para nivelamento.

Cota: cota de um ponto é a distância vertical a partir de um plano de referência até um determinado ponto:

- Cota do ponto A é a distância A-A'
- Cota do ponto B é a distância B-B'
- Cota do ponto C é a distância C-C'
- Cota do ponto D é a distância D-D'

O plano de referência pode ser um plano qualquer chamado *arbitrário* ou então pode estar ao nível médio do mar, denominado *verdadeiro*.

Quando o trabalho só tiver interesse local, pode-se adotar um plano de referência qualquer, tomando-se cuidado apenas em determinar uma cota para esse plano, tal que todos os pontos tenham cotas positivas (cotas negativas nos dão a entender que estão abaixo do nível do mar).

As altitudes (cotas) verdadeiras têm como referência o nível médio do mar, verificado por meio do marégrafo.

Para o Brasil, os primeiros trabalhos foram apoiados nas determinações do marégrafo de Tôrres (RS), construído em 1919. Esse instrumento não apresentava condições para fornecer um *datum*, sendo os cálculos pouco rigorosos, feitos pela semidiferença entre as médias das preamares e baixa-mares observadas.

² Vertical do lugar é uma linha imaginária que coincide com o fio de prumo e passa pelo centro da Terra.

Na realidade, isso não importava muito, mas os especialistas da Diretoria do Serviço Geográfico, da então Secção de Nivelamento da Divisão de Cartografia do Conselho Nacional de Geografia (atualmente 1ª Divisão de Levantamentos do Departamento de Geodésia e Topografia do Instituto Brasileiro de Geografia), não pensaram da mesma forma. Em 1958, com mais de 40.000 quilômetros já nivelados e contando com nove anos de funcionamento ininterrupto, decidiu-se pela transferência do ponto inicial dos caminhamentos para outro marégrafo, o de Imbituba (SC).

A divergência entre os dois zeros é de 0,0584 m. Assim, no Brasil existem cartas com folhas referidas ao zero de Tôrres e outras ao zero de Imbituba. A referência, praticamente, é o marco RN 4X, com altitude de 8,6362 metros. Os níveis médios do Oceano Atlântico (zero Imbituba):

- Rio de Janeiro (GB)..... 0,12 m
- Salvador (BA) +0,01 m
- Recife (PE) +0,14 m
- Fortaleza (CE) +0,29 m

É interessante sabermos que a correspondência com o Oceano Pacífico foi feita por meio da ligação de Corumbá (MT) a Arica (Chile). A discrepância seria de $-0,1594$ m, isto é, quase o nível do Rio de Janeiro. Mas em comparação com Fortaleza, a diferença seria de 0,45 m. A expressão “nível médio do mar” assume, assim, seu completo significado.

Atualmente o Brasil tem como referência o marégrafo de Imbituba (SC).

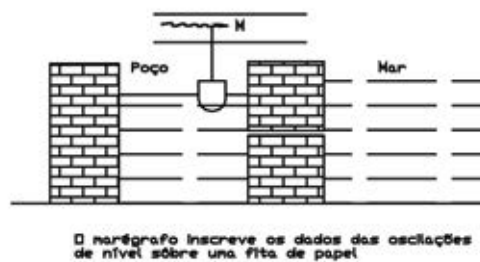


Figura 50 Exemplo de um marégrafo.

3.2 Influência da curvatura terrestre

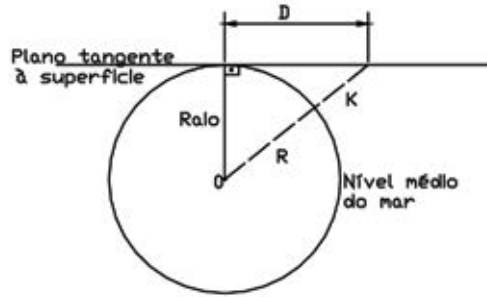


Figura 51 Curvatura terrestre.

$$(R + K)^2 = R^2 + D^2$$

$$R^2 + 2 \cdot R \cdot K + K^2 = R^2 + D^2$$

$$2 \cdot R \cdot K + K^2 = D^2$$

$$K \cdot (K + 2 \cdot R) = D^2$$

$$K = \frac{D^2}{K + 2 \cdot R}$$

como K é muito pequeno, podemos retirá-lo sem alterar o resultado.

Assim temos:

$$K = \frac{D^2}{2 \cdot R}$$

onde:

K = correção da curvatura da Terra.

D = distância do ponto de tangência ao ponto de visada em Km.

R = raio da Terra (usaremos o raio médio) 6.370 Km

Adotando R = 6.370 Km.

$$K = \frac{D^2}{2 \cdot 6370} \Rightarrow K = \frac{D^2}{12740} \Rightarrow K = 7,8 \cdot 10^{-5} \cdot D^2$$

para obter o valor de K em metro.

$K = 0,078 \cdot D^2$ devemos entrar com D em Km , para obter K em metros.

Sabemos que quando os raios atravessam as camadas de uma densidade menor para uma maior, sofrem uma convergência e, por esse motivo, devemos introduzir na fórmula o efeito da refração no nivelamento.

Por meio de experiências realizadas empiricamente, levando em consideração a correção da refração, a fórmula da correção total fica:

$$Correção_{total} = 0,84 \cdot (K) \Rightarrow Ct = 0,84 \cdot (0,078 \cdot D^2) \Rightarrow Ct = 0,06552 \cdot D^2$$

3.3 Tipos de nivelamento

3.3.1 Nivelamento taqueométrico

Feito com o teodolito, baseado nas medidas de ângulo vertical e nos fios estadimétricos.

3.3.2 Nivelamento trigonométrico

Baseado na medida do ângulo e na distância horizontal.

3.3.3 Nivelamento barométrico

Baseado na medida da pressão atmosférica, sabendo-se que a pressão é inversamente proporcional à altitude.

3.3.4 Nivelamento geométrico

Consiste em medir diretamente as distâncias verticais. É o método mais preciso e mais empregado nos serviços gerais de engenharia.

3.3.5 Tipos de nível

1. Nível de mão
2. Clinômetro

3. Mangueira d'água
4. Nível do engenheiro ou tripé
5. Perpendicularum

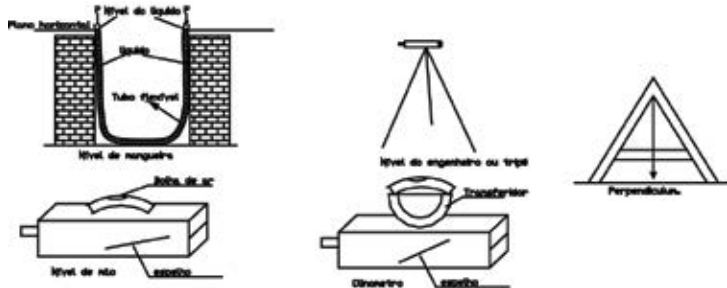


Figura 52 Tipos de nível.

Os níveis usados nos trabalhos de nivelamentos são os chamados níveis de tripé ou nível do engenheiro, sendo que podem ser automáticos ou comuns.

Os automáticos possuem um sistema de pêndulo que mantém o conjunto da luneta sempre perpendicular à vertical do lugar, podendo trabalhar em condições de vibrações e trepidação, é muito útil em obras civis ou industriais.

Os comuns são nivelados por meio de uma bolha. Geralmente essas bolhas são internas, se localizam junto ao conjunto ótico, de forma que o operador pode ver simultaneamente a bolha e a mira, permitindo corrigir eventuais desnivelamentos do conjunto.

A bolha é bipartida.

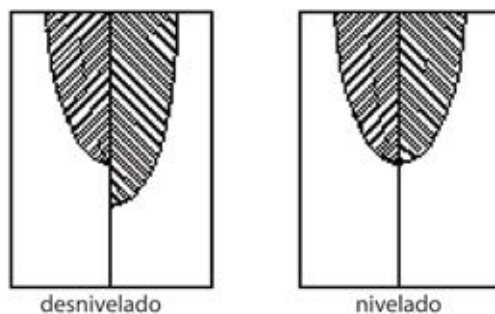


Figura 53 Bolha bipartida.

3.4 Nivelamento geométrico

3.4.1 Nivelamento geométrico simples

Ocorre quando, de uma única estação (onde se encontra o aparelho), visamos todos os pontos.

LA = leitura na mira no ponto A

LB = leitura na mira no ponto B

DV = diferença de nível entre o ponto A e B:

$$DV = LB - LA$$

Figura 54 Nivelamento geométrico simples.

3.4.2 Nivelamento geométrico composto

Ocorre quando há necessidade de mudança de estação para podermos fazer a visada em todos os pontos.

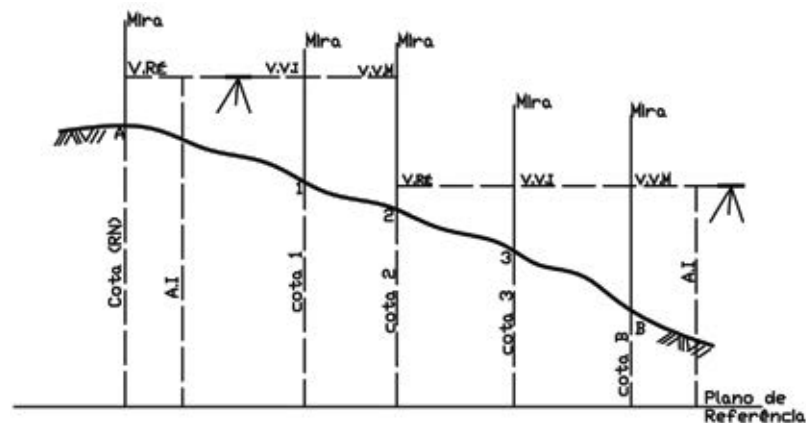


Figura 55 Plano de referência.

$$DV = \text{cota B} - \text{cota A}$$

Observando o desenho acima podemos concluir que:

$$Cota = AI - VV'_M$$

$$AI = RN(Cota) + V \cdot R\acute{E}$$

Referência de Nível (RN): Chama-se RN os pontos de cotas conhecidas, os quais servem de ponto de partida para o nivelamento.

Todo nivelamento se inicia em um RN, o qual pode ser de cota verdadeira (origem em Imbituba- SC) ou arbitrária.

Altura do Instrumento (A I): É a distância vertical do plano de referência até a linha de colimação da luneta do aparelho.

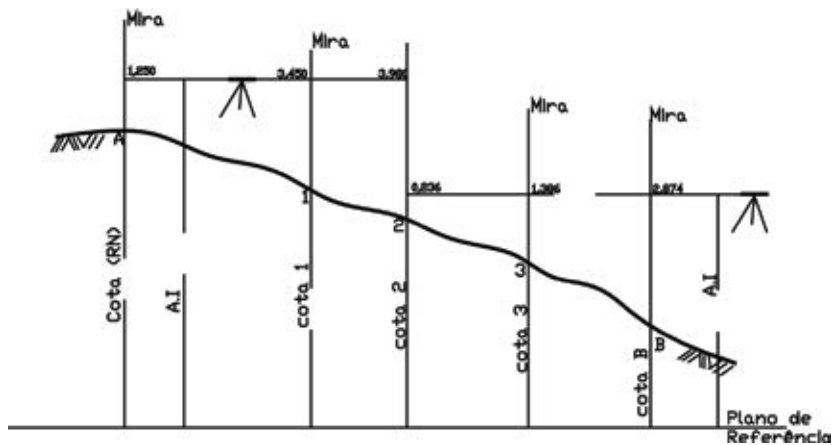
Visada Ré (V.R.É): É a visada feita na mira colocada sobre um ponto de cota conhecida.

Visada Vante (V.V): É a visada feita na mira colocada sobre o ponto que queremos conhecer a cota, podendo ser visada vante intermediária (V.V.I) ou visada vante de mudança (V.V.M).

Exercício

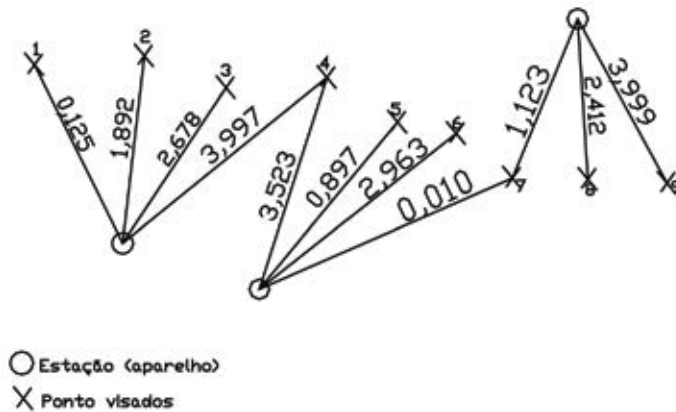
1. Calcule as cotas dos pontos.

Dado: Cota(RN) A = 500,000.



Estação	Alt. do Inst. (AI)	Visada Ré(V.RÉ)	Vis.Vante Int.(VVI)	Vis.Vante Mud(VVM)	Cotas

2. Montar a tabela de nivelamento e calcular as cotas dos pontos.



Dado: Cota 1= 100,000.

Est.	AI	V.RÉ	V.V.I	V.V.M	Cotas

Quando realizamos qualquer medida, esta conterá erro, o nivelamento não foge à regra e, por esse motivo, para determinar o erro e a sua tolerância devemos voltar ao ponto de partida, para isso temos duas maneiras: uma se chama *contra nivelamento*, é quando fazemos um transporte de RN e, para descobrir

os erros, devemos fazer o nivelamento no sentido contrário, não obrigatoriamente pelo mesmo caminho, porém retornando ao ponto inicial; a outra maneira é quando realizamos uma poligonal fechada, e saímos de um determinado ponto e retornamos ao mesmo ponto de partida.

3.4.3 Tolerância de nivelamento

3.4.3.1 Classificação

- alta precisão o erro médio $\leq \pm 5 \text{ mm}\sqrt{n}$
- 1ª ordem o erro médio $\leq \pm 10 \text{ mm}\sqrt{n}$
- 2ª ordem o erro médio $\leq \pm 15 \text{ mm}\sqrt{n}$
- 3ª ordem o erro médio $\leq \pm 30 \text{ mm}\sqrt{n}$

Onde n é o comprimento do nivelamento em quilômetros.

O erro máximo é aceitável até 2,5 vezes a tolerância.

3.4.3.2 Cuidados para melhorar a precisão dos nivelamentos

- a) A distância das visadas não deve ultrapassar 60 metros (no máximo 100m).
- b) As visadas vante e as visadas ré devem ter aproximadamente a mesma distância para compensar o efeito da refração e a curvatura da Terra.
- c) Verificar a absoluta verticalidade da mira por meio do uso de nível de cantoneira e o fio vertical do retículo tangenciando a mesma. Portanto, se fizermos movimentos suaves na mira para frente e para trás e anotarmos a menor leitura, estaremos lendo o ponto de tangência e, com isso, a mira estará rigorosamente na vertical.

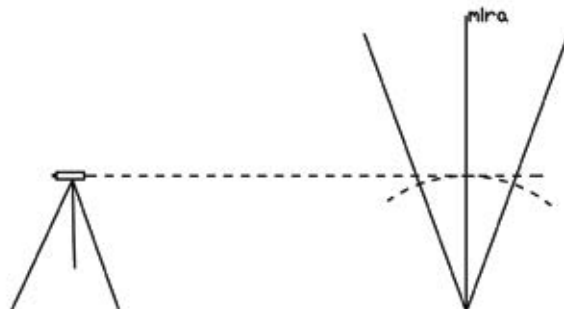


Figura 56 Verticalidade da mira.

Exemplo de um nivelamento geométrico composto em uma poligonal fechada.

Est.	A.I	V. ré	V.V.I	V.V.M	Cota	correção	Cota corrigida
0		3,437					
1			2,621				
2				0,563			
2		3,826					
3			2,749				
4				0,502			
4		0,694					
5			0,388				
6				3,892			
6		0,842					
7			3,775				
0				3,870			

$$A.I = cot a + V \cdot ré$$

$$Cota = A.I - \left[\begin{array}{l} V \cdot V \cdot 1 \text{ ou} \\ V \cdot V \cdot M \end{array} \right]$$

$$A.I_1 = 500,000 + 3,437 = 503,437$$

$$Cota_1 = 503,437 - 2,621 = 500,816$$

$$Cota_2 = 503,437 - 0,563 = 502,874$$

Est.	A.I	V. ré	V.V.I	V.V.M	Cota	correção	Cota corrigida
0	503,437	3,437 ¹			500,000	-	500,000
1	503,437		2,621		500,816	0,007	500,823
2	503,437			0,563	502,874	0,007	502,881
2	506,700	3,826 ²			502,874	-	-
3	506,700		2,749		503,951	0,014	503,965
4	506,700			0,502	506,198	0,014	506,212
4	506,892	0,694 ³			506,198	-	-
5	506,892		0,388		506,504	0,021	506,525
6	506,892			3,892	503,000	0,021	503,021
6	503,842	0,842 ⁴			503,000	-	-
7	503,842		3,775		500,067	0,028	500,095
0	503,842			3,870	99,972	0,028	500,000
		8,799		8,827			

Erro do nivelamento = cota inicial – cota de retorno (inicial)

Erro n = 500,000 99,972

Erro n = 0,028

Obs.: o sinal do erro indicará o que devemos fazer com a correção (somar ou subtrair).

Temos outra maneira de determinar o erro, e é a que usaremos no campo por nos oferecer uma maior rapidez na conferência.

Erro do nivelamento = somatória das visadas ré – somatória das visadas vantes.

Erro n = 8,799 8,827

Erro n = 0,028

Obs.: já nesse caso, o sinal do erro é o inverso do que devemos usar na correção.

Mas o valor absoluto em ambos os casos deve ser igual.

Correção = K * o número de ordem da visada ré

Sendo que K é o erro unitário

K = erro / número de visada ré

K = 0,028/4

K = 0,007

Obs.: Não devemos arredondar o valor de K.

Na correção, o valor será arredondado com três casas decimais depois da vírgula.

*C₁ = 0,007 * 1 = 0,007*

*C₂ = 0,007 * 2 = 0,014*

*C₃ = 0,007 * 3 = 0,021*

*C₄ = 0,007 * 4 = 0,028*

Obs.: Nas visadas ré não fazemos correção.

Nivelamento com contra nivelamento.

Nesse exemplo estaremos simulando um transporte de RN.

Lembrando que o *contra nivelamento* é o nivelamento retornando ao ponto de partida, não necessariamente pelo mesmo caminho.

Est.	A.I	V. ré	V.V.I	V.V.M	Cota	correção	Cota corrigida
RN(0)		2,761					
1				0,270			
1		3,240					
2				0,210			
2		3,965					
3				0,420			
Contra nivelamento							
3		0,120					
4				3,070			
4		0,515					
5				3,400			
5		0438					
RN(0)				3,415			

Obs.: quando fizermos o *contra nivelamento* devemos tirar o aparelho estacionado e o reinstalar em outro local apropriado (estacionar significa que o aparelho se encontra em condição de uso).

Não vamos demonstrar os cálculos, pois já o fizemos no exemplo anterior.

Est.	A.I	V. ré	V.V.I	V.V.M	Cota	correção	Cota corrigida
RN(0)	202,761	2,761 ¹			200,000	-	200,000
1	202,761			0,270	202,491	0,003	202,494
1	205,731	3,240 ²			202,491	-	-
2	205,731			0,210	205,521	0,005	205,526
2	209,216	3,695 ³			205,521	-	-
3	209,216			0,420	208,796	0,008	208,804
Contra nivelamento							
3	209,916	0,120 ⁴			208,796	-	208,804
4	209,916			3,070	205,846	0,011	205,857
4	206,361	0,515 ⁵			205,846	-	-
5	206,361			3,400	202,961	0,013	202,974
5	203,399	0,438 ⁶			202,961	-	-
RN(0)	203,399			3,415	199,984	0,016	200,000

$$\text{Erro} = 200,000 - 199,984 = 0,016$$

$$K = 0,016 / 6 = 2,66666666667 * 10^{-3}$$

$$C_1 = K * 1 = 0,003$$

$$C_2 = K * 2 = 0,005$$

$$C_3 = K * 3 = 0,008$$

$$C_4 = K * 4 = 0,011$$

$$C_5 = K * 5 = 0,013$$

$$C_6 = K * 6 = 0,016$$

Notamos que os nivelamentos geométricos são muito precisos e, ao mesmo tempo, também requerem um grande tempo para sua execução; é por essa razão que vamos abordar um outro método para grandes áreas.

Obs.: Esse método, hoje, com o advento dos aparelhos eletrônicos, tornou-se obsoleto, mas vamos usá-lo para obtermos o conceito do método da taqueometria.

3.5 Taqueometria

A taqueometria foi criada com base no teorema Thalles.

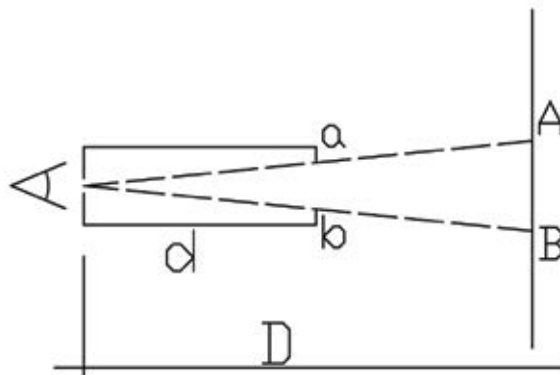


Figura 57 Elementos de taqueometria.

$$\frac{ab}{AB} = \frac{d}{D} \quad D = \frac{d}{ab} * AB$$

onde AB é o intervalo entre a leitura do fio superior e a leitura do fio inferior do aparelho, ambos lidos na mira.

ab é a imagem no aparelho

d é a distância focal.

Nos aparelhos analíticos $\frac{d}{ab}$ é igual a uma constante 100 e a interseção dos raios se dá no centro da luneta coincidindo com a vertical do lugar.

Com o uso dos fios estadiométricos projetados em uma mira, o ângulo vertical, zenital ou nadiral, podemos determinar as distâncias horizontal e vertical.

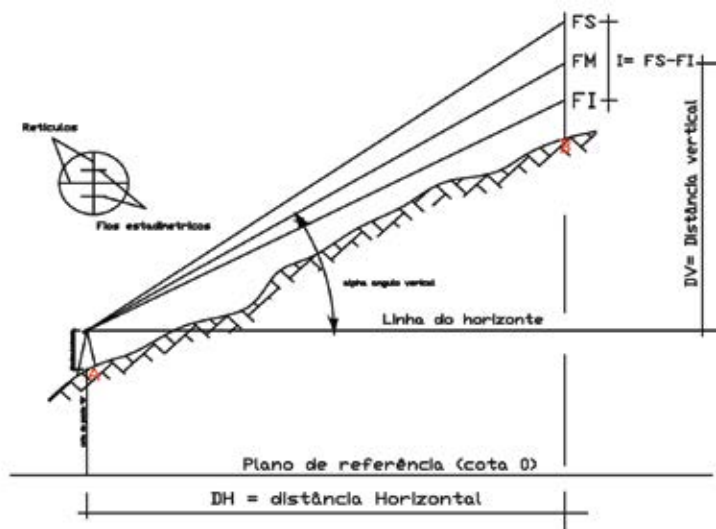


Figura 58 Projeção das distâncias horizontal e vertical.

Onde:

$$DH = (\cos \alpha)^2 \cdot 100 \cdot I$$

$$DV = \sin(2\alpha) \cdot 50 \cdot I$$

Cota do ponto B = Cota do ponto A + hi + DV – FM.

A distância vertical (DV), quando está acima da linha do horizonte, tem sinal positivo e quando está abaixo, tem sinal negativo.

Obs.: A incerteza das medidas horizontais se encontra de 1:300 a 1:1000, onde a cada 300 metros podemos estar errando 1 metro ou a cada 1.000 metros, podemos estar errando 1 metro, e nas diferenças de cotas vamos estar errando entre 5 e 10 centímetros.

Quando estamos realizando os serviços de campo é interessante fazer com que a visada do fio inferior coincida com um número inteiro da mira (1,000; 2,000 ou 3,000) para facilitar os cálculos, pois como os fios são equidistantes a diferença entre o fio médio e o fio inferior deve ser igual à diferença entre o fio superior e o fio médio (o fio médio é a media aritmética entre o fio superior e o fio inferior).

Exemplo resolvido

Complete a tabela sabendo que a cota do ponto zero é 587,437 m.

hi	Est.	P.V.	vertical	FI	FM	FS	I	DH	DV	cota	P.D.
1,55	0	1	0°56'59"	1,000		2,468					
"	0	2	-1°32'46"	1,000		3,054					
1,52	2	3	2°12'03"	2,000		2,932					
1,48	3	4	-0°47'21"	3,000		3,998					

$$FM_{0-1} = (1,000 + 2,468) / 2 \quad FM_{0-1} = 1,734 \quad I_{0-1} = 2,468 - 1,000 \quad I_{0-1} = 1,468$$

$$FM_{0-2} = (1,000 + 3,054) / 2 \quad FM_{0-2} = 2,027 \quad I_{0-2} = 3,054 - 1,000 \quad I_{0-2} = 2,054$$

$$FM_{2-3} = (2,932 + 2,000) / 2 \quad FM_{2-3} = 2,466 \quad I_{2-3} = 2,932 - 2,000 \quad I_{2-3} = 0,932$$

$$FM_{3-4} = (3,998 + 3,000) / 2 \quad FM_{3-4} = 3,499 \quad I_{3-4} = 3,998 - 3,000 \quad I_{3-4} = 0,998$$

$$DH_{0-1} = (\cos 0^\circ 56' 59'')^2 * 100 * 1,468 \quad DH_{0-1} = 146,760$$

$$DH_{0-2} = (\cos -1^\circ 32' 46'')^2 * 100 * 2,027 \quad DH_{0-2} = 202,552$$

$$DH_{2-3} = (\cos 2^\circ 12' 03'')^2 * 100 * 0,932 \quad DH_{2-3} = 93,063$$

$$DH_{3-4} = (\cos -0^\circ 47' 21'')^2 * 100 * 0,998 \quad DH_{3-4} = 99,781$$

$$DV_{0-1} = \sin(2 * 0^\circ 56' 59'') * 50 * 1,468 \quad DV_{0-1} = 2,433$$

$$DV_{0-2} = \sin(2 * -1^\circ 32' 46'') * 50 * 2,027 \quad DV_{0-2} = -5,540$$

$$DV_{2-3} = \sin(2 * 2^\circ 12' 03'') * 50 * 0,932 \quad DV_{2-3} = 3,577$$

$$DV_{3-4} = \sin(2 * -0^\circ 47' 21'') * 50 * 0,998 \quad DV_{3-4} = -1,374$$

$$\text{Cota } 1 = 587,437 + 1,55 + 2,433 - 1,734 \dots \quad \text{cota } 1 = 589,686$$

$$\text{Cota } 2 = 587,437 + 1,55 + (-5,540) - 2,027 \dots \quad \text{cota } 2 = 581,420$$

$$\text{Cota } 3 = 581,420 + 1,52 + 3,577 - 2,466 \dots \quad \text{cota } 3 = 584,051$$

$$\text{Cota } 4 = 584,051 + 1,48 + (-1,374) - 3,499 \dots \quad \text{cota } 4 = 580,658$$

hi	Est.	P.V.	vertical	FI	FM	FS	I	DH	DV	cota	P.D.
1,55	0	1	0°56'59"	1,000	1,734	2,468	1,468	146,760	2,433	589,686	1
"	0	2	1°32'46"	1,000	2,027	3,054	2,054	202,552	5,540	581,420	2
1,52	2	3	2°12'03"	2,000	2,466	2,932	0,932	93,063	3,577	584,051	3
1,48	3	4	0°47'21"	3,000	3,499	3,998	0,998	99,781	1,374	580,658	4

Obs.: O ponto visado (P.V.) é o mesmo do ponto determinado (P.D.).

3.6 Curva de nível

É uma linha sinuosa de mesma altitude (cota), as curvas de nível são geradas pela interseção do plano com o terreno, onde no desenho será representada essa interseção por uma linha sinuosa.

Vamos supor que temos uma elevação e esta tenha uma forma arredondada.

Para facilitar a interpretação no desenho, fazemos uma curva mestra (representada por uma linha mais grossa) a cada cinco curvas, e indicamos o valor numérico do plano correspondente.

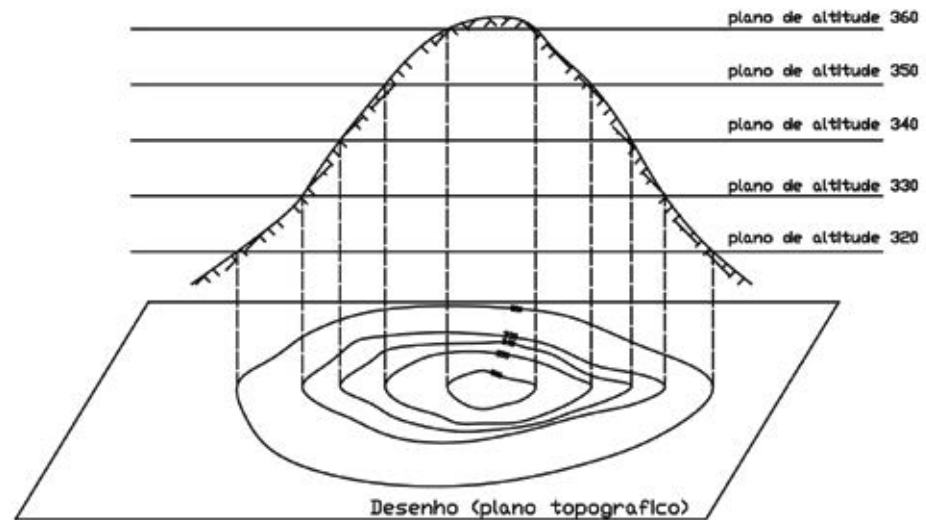


Figura 59 Planos horizontais das curvas de nível.

Observando o esquema acima é possível determinar as propriedades das curvas de nível.

- a) Curvas de nível de altitudes diferentes nunca se cruzam, tampouco se tocam.
- b) As curvas de nível são sempre fechadas (retornando ao ponto de saída).
- c) Observando um conjunto de curvas de nível em que umas envolvem as outras podemos tirar conclusões: quando as curvas de cotas maiores envolvem as de cotas menores teremos uma depressão, e quando as menores envolvem as maiores temos uma elevação.
- d) Quando as curvas de nível estão mais próximas umas das outras, é onde teremos maior declividade e, quando estão mais afastadas, teremos a região mais plana.

A fórmula que determina a declividade é $i = \frac{DV}{DH}$. Se a multiplicarmos por cem, indicaremos a declividade em porcentagem $i\% = \frac{DV}{DH} * 100$.

Segundo Garcia & Piedade (1984), as declividades classificam-se em:

Classe	Declividade %	Declividade °	Interpretação
A	1 a 3	1,7° a 3,4°	Fraca
B	3 a 6	1,7° a 3,4°	Moderada
C	6 a 12	3,4° a 6,8°	Moderada a Forte
D	12 a 20	6,8° a 11,3°	Forte
E	20 a 40	11,3° a 21,8°	Muito Forte
F	> 40	> 21,8°	Extremamente Forte

3.6.1 Formas das curvas de nível

Temos várias formas de curvas de nível para expressar o relevo, as mais importantes são o divisor de água e o talvegue.

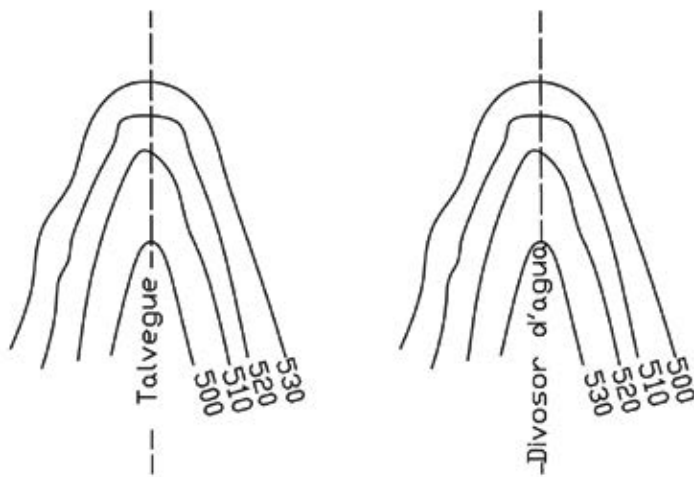


Figura 60 Divisor de água e talvegue.

Para determinarmos o talvegue ou o divisor d'água devemos observar, no conjunto das curvas de nível, o sentido do escoamento da água e as sua cotas, pois a água sempre percorrerá o caminho mais curto (fácil de ser vencido), que é portanto perpendicular às curvas de nível.

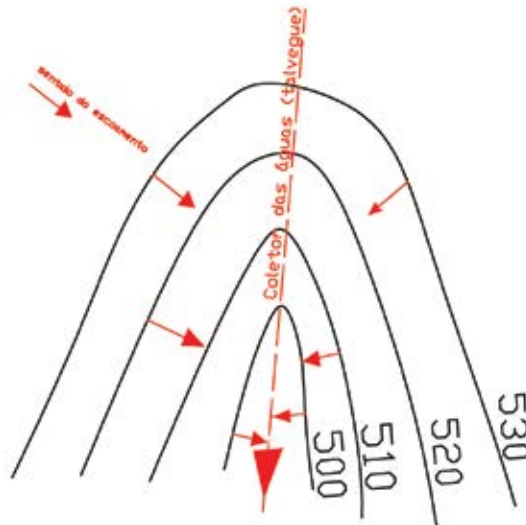


Figura 61 Sentido do escoamento das águas.

A cada cinco curvas de um conjunto de curvas de nível, a representação é feita por meio de um traço mais grosso, denominado curva mestra.

O espaçamento vertical deve ser representado com metade ou uma vez a casa do milhar da escala.

Exemplo

Escala do desenho 1:1000 representação das curvas de 0,5 metros ou de 1 metro.

Escala do desenho 1:10.000 representação das curvas de 5 metros ou de 10 metros.

Escala do desenho 1:50.000 representação das curvas de 20 metros ou de 50 metros.

Podemos representar um talude usando convenções topográficas ou por curvas de nível.

3.6.2 Convenções topográficas

3.6.2.1 Representação por platôs

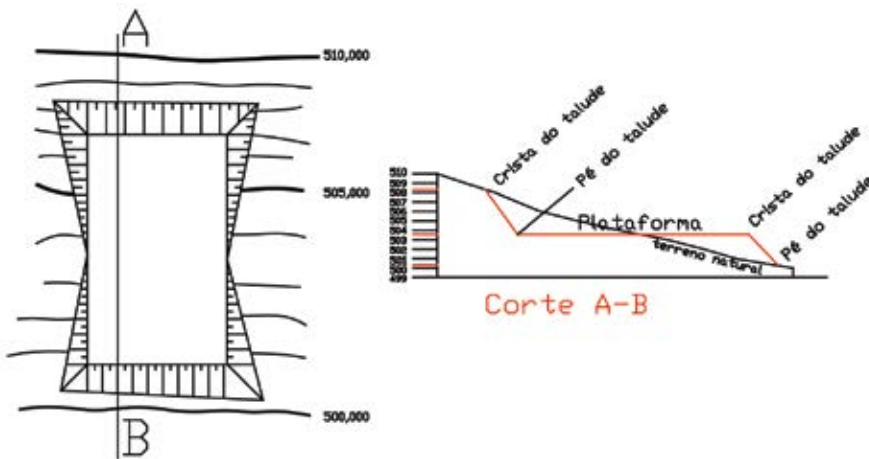


Figura 62 Representação por platôs.

3.6.2.2 Representação por curvas de nível

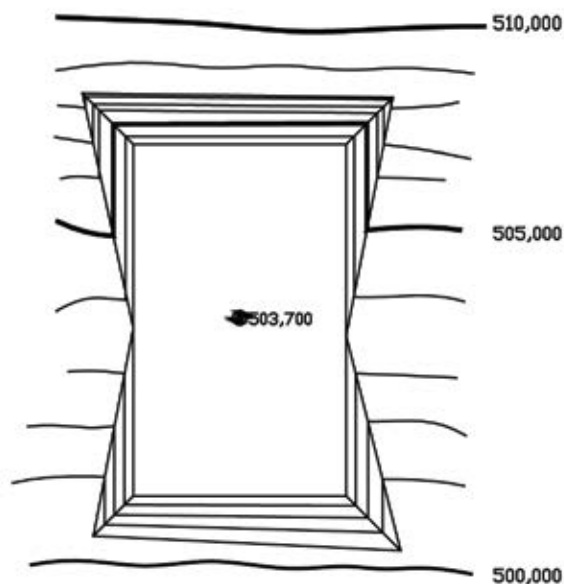


Figura 63 Representação por curvas de nível.

3.6.3 Triangulação para interpolação

Levantamentos planialtimétricos podem ser feitos por meio da elaboração de uma malha quadrada ou por irradiação, observando-se que, no campo, os dados sempre devem ser levantados onde o terreno faz uma deflexão (mudança de sentido) e, com isso, teremos uma densidade de pontos com suas respectivas cotas. Posteriormente no escritório iremos, segundo Moura (2006), representar as curvas de nível unindo os pontos mais próximos em forma de triângulo, após a união devemos realizar uma interpolação linear, a qual pode ser numérica ou gráfica.

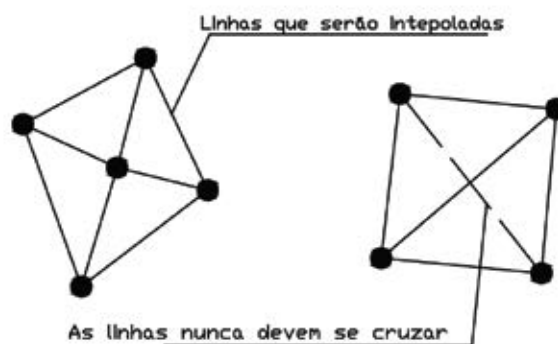


Figura 64 Triangulação para interpolação.

Exemplo

Após um levantamento planialtimétrico realizado por irradiação, foram obtidas as seguintes cotas (Figura 65):

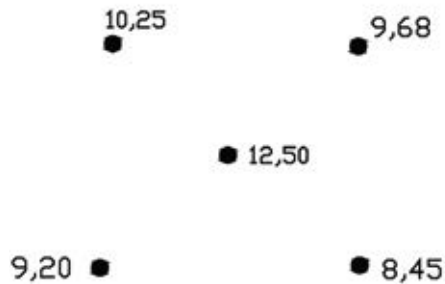


Figura 65 Representação das cotas levantadas.

Vamos formar os triângulos unindo os pontos por retas, conforme mostra a Figura 66:

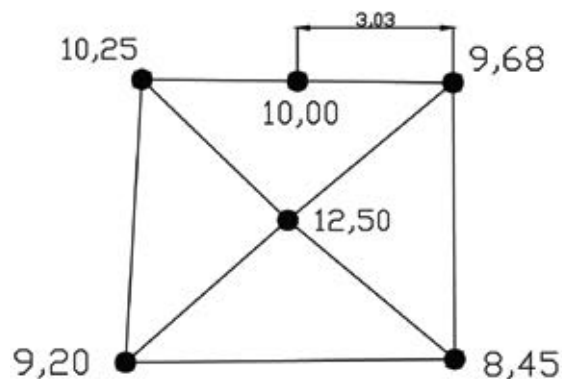


Figura 66 Representação dos triângulos para interpolação.

Vamos interpolar a linha entre as cotas 10,25 a 9,68 e representar a cota de valor inteiro, correspondendo à equidistância vertical, que faremos de metro em metro.

Primeiro, calculamos a distância vertical entre os pontos $10,25 - 9,68 = 0,57$ com uma régua qualquer, sem se importar com a escala do desenho, em seguida determinamos a distância entre os pontos, vamos adotar 5,4 cm.

DH	DV
5,4	0,57

A distância vertical para a primeira cota inteira é $10 - 9,68 = 0,32$

DH	DV
5,4	0,57
X	0,32

Daí, determinamos a distância horizontal do ponto de cota 9,68 ao ponto de cota 10,00, realizando a regra de três simples:

$$x = \frac{5,4 * 0,32}{0,57} = 3,03$$

Novamente utilizamos a mesma régua que medimos a distância da linha, com o zero da graduação em 9,68 medimos 3,03 determinando, assim, o ponto de cota 10,00 sobre esse alinhamento. Dessa maneira, realizamos as interpolações em todas as linhas, havendo uma curva de cota inteira sobre o ponto que queremos interpolar.

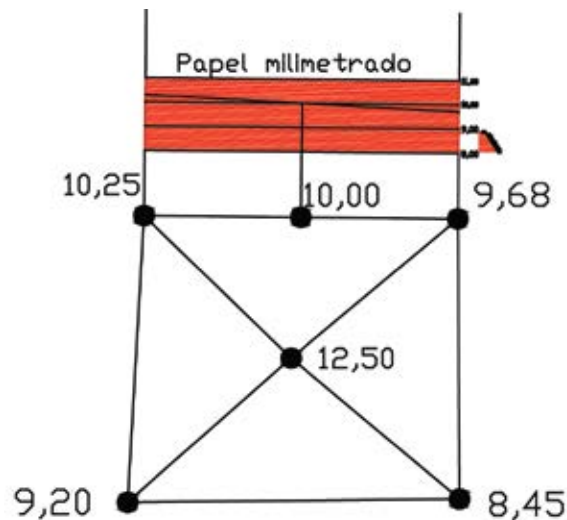


Figura 60 Representação dos triângulos para interpolação das curvas de nível.

Colocamos o papel milimetrado paralelo à linha onde vamos realizar a interpolação, adotamos a linha dos milímetros como sendo uma cota inteira imediatamente inferior à menor cota e daí a cada centímetro vamos adotar que represente um metro, portanto, a próxima linha do centímetro será a cota acrescida de um metro, e as linhas intermediárias, que são as de milímetros, representarão a parte em milímetros, recebendo o valor da cota acrescida de um décimo. Agora podemos plotar na reta que passa pelo ponto de cota mais baixa o seu valor correspondente e do outro lado aplicamos o mesmo raciocínio.

Traçamos uma linha da cota mais baixa à cota mais alta, determinando assim a cota de valor inteiro na interseção dessa linha com a linha de centímetro que corresponde à cota inteira. Depois de realizado esse processo, unimos todos os pontos de cotas iguais, representando dessa maneira a curva de nível. Os pontos devem ser ligados em linha retas e à mão livre.

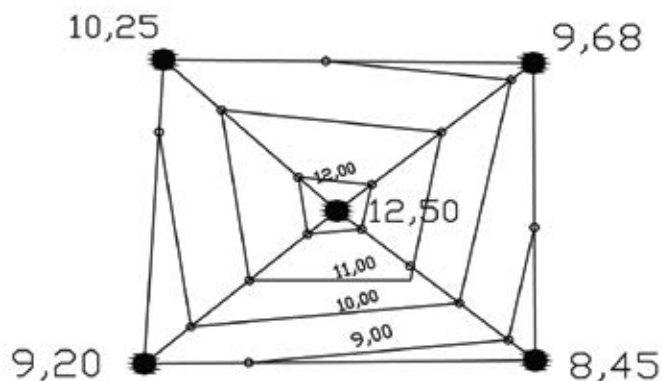


Figura 67 Representação do traçado das curvas de nível.

3.6.4 Classificação do relevo

Para classificar o terreno mediante as curvas de nível, observemos o quadro a seguir:

Quadro 1 Classificação do relevo.

Classificação	Relevo
Plano	Com desníveis próximos a zero
Ondulado	Com desníveis ≤ 20 m
Movimentado	Com elevações entre 20 e 50m
Acidentado	Com elevações entre 50 e 100m
Montuoso	Com elevações entre 100 e 1.000m
Montanhoso	Com elevações superiores a 1.000m

3.6.5 Terraplenagem

É o movimento de terra (solo) que realizamos para executar os nossos projetos.

Vejamos esquematicamente o que acontece ao trabalharmos com o solo.

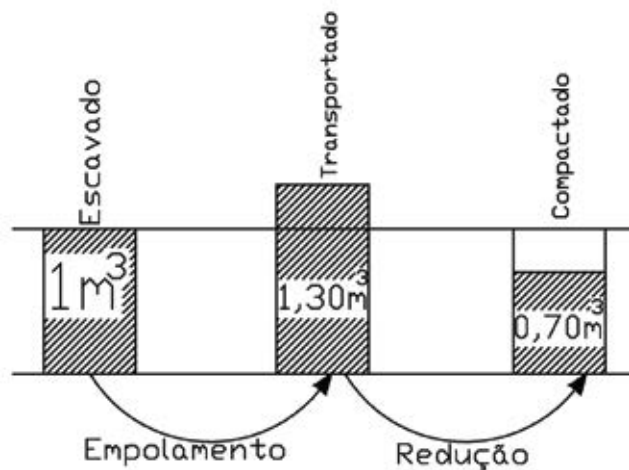


Figura 68 Representação do empolamento do solo.

Estamos adotando um valor hipotético para o empolamento e a redução em 30%, caso quisermos saber o valor correto, devemos fazer ensaios em laboratórios de mecânica dos solos.

Vamos nos atentar à terraplenagem de plataforma e, especificamente, à cota de compensação, nas quais o corte compensa o aterro ($VC=VA$). Mas lembremos que haverá outras situações: quando o corte for maior que o aterro ($VC>VA$) tem-se um “bota fora”, ou seja, o excedente tem que ser levado para fora da obra, já quando o aterro for maior que o corte ($VA>VC$) tem-se um empréstimo, ou seja teremos que trazer solo de outro lugar.

Vejamos um esquema gráfico.

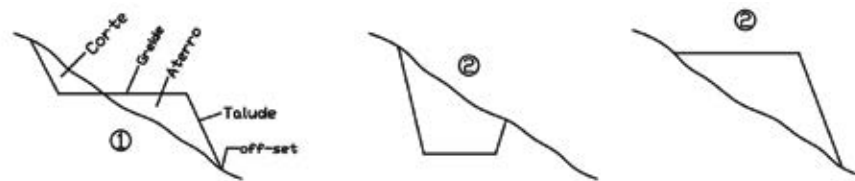


Figura 69 Representação de seções de corte e aterro.

No primeiro esquema temos uma obra mista, na qual pode ocorrer o citado acima, já no segundo caso, trata-se de uma obra executada somente em corte, e no terceiro caso, somente em aterro.

Greide é a cota do projeto, podemos dizer que seria a cota após o término da obra, talude é a inclinação que devemos dar ao solo para que o mesmo fique estável, geralmente adotamos aterro 1,5/1(DH/DV), no corte 1/1(DH/DV) e o off-set é a interseção do talude com o terreno natural.

Obs.: a inclinação do talude deve ser determinada em laboratório, pois depende do material no local da obra.

Quando vamos começar um projeto, a primeira coisa a fazer é determinar em uma planta planialtimétrica sua localização, tanto na posição horizontal como na vertical, é o que vamos chamar de antiprojeto. Após essa etapa devemos mandar uma equipe de topografia para realizar o levantamento e, com essas informações, devemos fazer o projeto final.

No levantamento devemos fazer uma malha quadra, na qual a equidistância entre as estacas depende da precisão requerida (podendo ser de 5 em 5 metros até de 50 em 50 metros), materializando esses vértices com piquetes e, em seguida, devemos realizar o nivelamento geométrico, colocando a mira ao lado do piquete, obtendo assim a cota de cada vértice.

Exemplo

A partir da tabela abaixo, calcule a cota de compensação sabendo que a redução do material é de 30% e o estaqueamento foi realizado de 20 em 20 metros.

	A	B	C	D	E
1	11,2	11,5	12,2	13,5	14,6
2	11,5	11,9	12,7	13,9	15,0
3	12,3	12,5	13,1	14,2	15,3
4	12,8	13,1	14,0	14,4	15,6
5	13,4	13,8	14,6	15,1	16,1

Vamos calcular a cota média pela média ponderada, onde o vértice que é comum a um só quadrado recebe peso 1, o vértice que é comum a dois quadrados recebe peso 2, o vértice que é comum a três quadrados recebe peso 3 e o vértice que é comum a quatro quadrados recebe peso 4.

P1	P2	P3	P4
11,2	11,5		11,9
14,6	12,2		12,7
13,4	13,5		13,9
16,1	11,5		12,5
-----	12,3		13,1
55,3	12,8		14,2
15,0		13,1	
15,3		14,0	
15,6		14,4	
13,8		-----	
14,6		119,8	
15,1		*4	
-----		-----	
163,2		479,2	
	*2		

326,4			

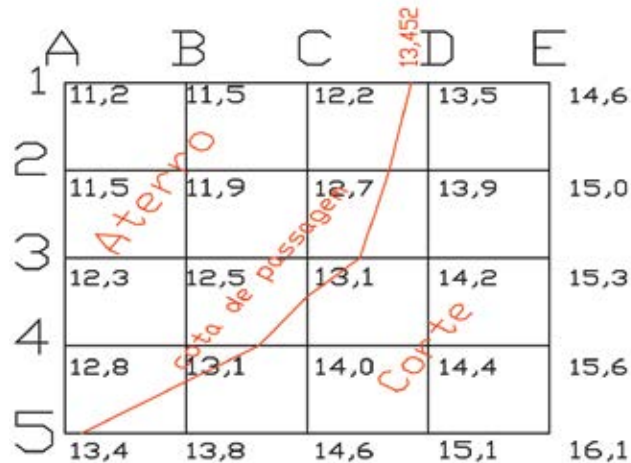
	A	B	C	D	E
1	11,2	11,5	12,2	13,5	14,6
2	11,5	11,9	12,7	13,9	15,0
3	12,3	12,5	13,1	14,2	15,3
4	12,8	13,1	14,0	14,4	15,6
5	13,4	13,8	14,6	15,1	16,1

Número de vértices

$$P1 \rightarrow 4 * 1 = 4 \quad CM = \frac{\sum \text{das cotas}}{\sum \text{dos vértices}}$$

$$P2 \rightarrow 12 * 2 = 24$$

$$P4 \rightarrow 9 * 4 = 36 \quad CM = \frac{55,3 + 326,4 + 479,2}{4 + 24 + 36} = \frac{860,9}{64} = 13,452 \text{ m}$$



3.6.6 Cálculo da cota de compensação

Para que possamos calcular a cota de compensação devemos calcular o volume e, para isso, precisamos desenhar as seções transversais que são perpendiculares ao sentido do cálculo, para escolher o sentido do cálculo devemos observar quais seções são cortadas ou tocadas pela linha de passagem. Em nosso caso vamos adotar as seções 1,2,3,4 e 5.

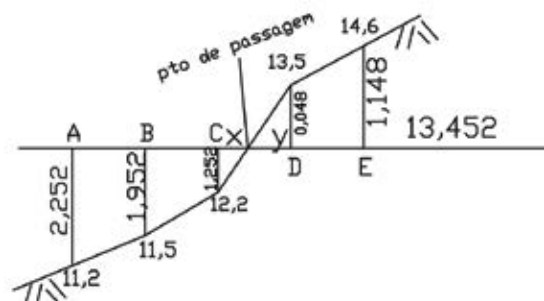
3.6.7 Cálculo da área da seção

Para o cálculo da área da seção vamos fazer semelhança com as figuras geométricas retangulares.

Seção transversal 1

Vamos calcular o x e o y

DH	DV
20	1,3
X	1,252



$$X = 19,262 \text{ e}$$

$$Y = 20 - 19,262 = 0,738$$

Podemos agora calcular as áreas das figuras

Área de aterro

$$SA = \left\{ \left[\frac{(2,252 + 1,952)}{2} \right] * 20 \right\} + \left\{ \left[\frac{(1,952 + 1,252)}{2} \right] * 20 \right\} + \\ + \left[1,252 * 19,262 / 2 \right] = 86,138 \text{ m}^2$$

Área corte

$$SC = (0,738 * 0,048 / 2) + \left\{ \left[\frac{(0,048 + 1,148)}{2} \right] * 20 \right\} = 11,978 \text{ m}^2$$

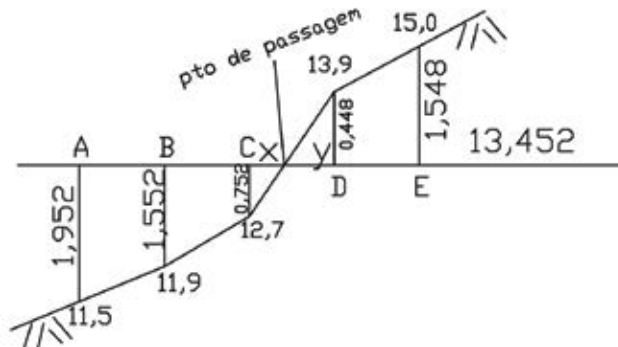
Seção transversal 2

Vamos calcular o x e o y

DH	DV
20	1,2
X	0,752

$$X = 12,533 \text{ e}$$

$$Y = 20 - 12,533 = 7,467$$



Podemos agora calcular as áreas das figuras

Área de aterro

$$SA = \left\{ \left[\frac{(1,952 + 1,552)}{2} \right] * 20 \right\} + \left\{ \left[\frac{(1,552 + 0,752)}{2} \right] * 20 \right\} + \\ + \left[0,752 * 12,533 / 2 \right] = 62,792 \text{ m}^2$$

Área corte

$$SC = (7,467 * 0,448 / 2) + \left\{ \left[\frac{(0,448 + 1,548)}{2} \right] * 20 \right\} = 21,633 \text{ m}^2$$

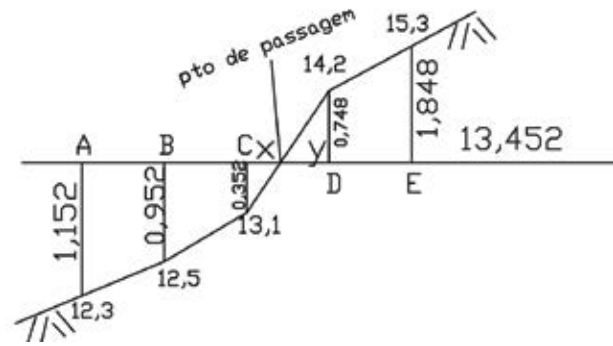
Seção transversal 3

Vamos calcular o x e o y

DH	DV
20	1,1
X	0,348

$$X = 6,400 \text{ e}$$

$$Y = 20 - 6,400 = 13,600$$



Podemos agora calcular as áreas das figuras

Área de aterro

$$SA = \left\{ \left[\frac{(1,152 + 0,952)}{2} \right] * 20 \right\} + \left\{ \left[\frac{(0,952 + 0,352)}{2} \right] * 20 \right\} + \left[0,352 * 6,400 / 2 \right] = 35,206 \text{ m}^2$$

Área corte

$$SC = (13,600 * 0,748 / 2) + \left\{ \left[\frac{(0,748 + 1,848)}{2} \right] * 20 \right\} = 31,046 \text{ m}^2$$

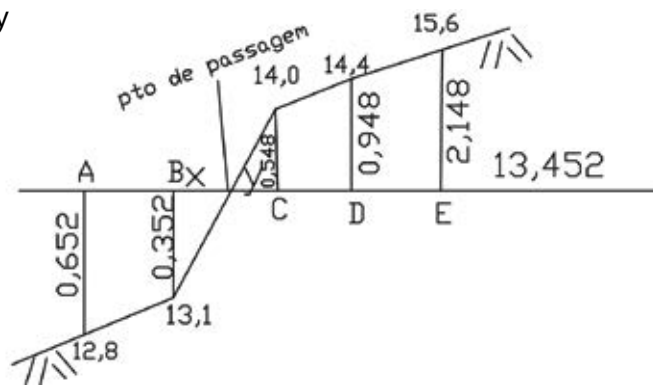
Seção transversal 4

Vamos calcular o x e o y

DH	DV
20	0,9
X	0,352

$$X = 7,822 \text{ e}$$

$$Y = 20 - 7,822 = 12,178$$



Podemos agora calcular as áreas das figuras

Área de aterro

$$SA = \left[\frac{(0,652 + 0,352)}{2} \right] * 20 + \left[0,352 * 7,822 / 2 \right] = 11,417 \text{ m}^2$$

Área corte

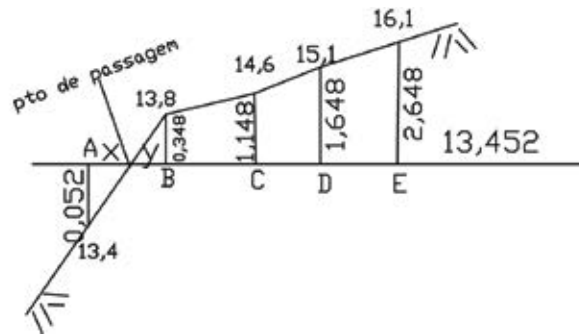
$$SC = (12,178 * 0,548/2) + \left\{ \left[(0,548 + 0,948) / 2 \right] * 20 \right\} +$$

$$+ \left\{ \left[(0,948 + 2,148) / 2 \right] * 20 \right\} = 49,257 \text{ m}^2$$

Seção transversal 5

Vamos calcular o x e o y

DH	DV
20	0,4
X	0,052



$$X=2,600 \text{ e}$$

$$Y=20-2,400=17,400$$

Podemos agora calcular as áreas das figuras

Área de aterro

$$SA = (0,052 * 2,600/2) = 0,068 \text{ m}^2$$

Área corte

$$SC = (17,400 * 0,348/2) + \left\{ \left[(0,348 + 1,148) / 2 \right] * 20 \right\} + \left\{ \left[(1,148 + 1,648) / 2 \right] * 20 \right\}$$

$$+ \left\{ \left[(1,648 + 2,648) / 2 \right] * 20 \right\} = 88,908 \text{ m}^2$$

	Aterro	Corte
1	86,138	11,978
2	62,792	21,633
3	35,206	31,046
4	11,417	49,257
5	0,068	88,908

Tendo os valores das áreas, poderemos calcular os volumes.

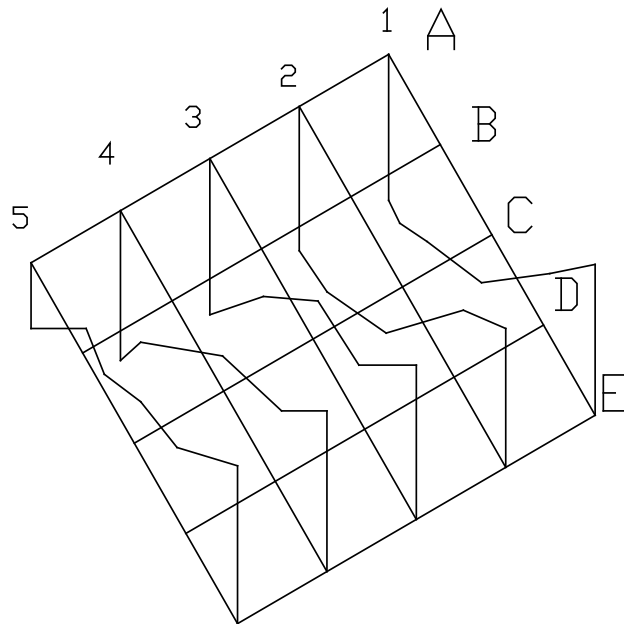


Figura 70 Representação de seções para cálculo de volume.

3.6.8 Volume de aterro

$$VA = \left\{ \left[\frac{(86,138 + 62,792)}{2} \right] * 20 \right\} + \left\{ \left[\frac{(62,792 + 35,206)}{2} \right] * 20 \right\} +$$

$$+ \left\{ \left[\frac{(35,206 + 11,417)}{2} \right] * 20 \right\} + \left\{ \left[\frac{(11,417 + 0,068)}{2} \right] * 20 \right\} = 3.050,360 \text{ m}^3.$$

Volume de Corte

$$VC = \left\{ \left[\frac{(11,978 + 21,633)}{2} \right] * 20 \right\} + \left\{ \left[\frac{(21,633 + 31,046)}{2} \right] * 20 \right\} +$$

$$\left\{ \left[\frac{(31,046 + 49,257)}{2} \right] * 20 \right\} + \left\{ \left[\frac{(49,257 + 88,908)}{2} \right] * 20 \right\} = 3.047,580 \text{ m}^3.$$

Houve uma diferença entre o volume de aterro e o de corte, que foi causada pelo arredondamento dos valores.

$$\text{Diferença } 3.050,369 - 3.047,580 = 2,789 \text{ m}^3$$

Para determinar a cota de compensação usaremos uma cota média:

$$(3.050,360 + 3.047,580) / 2 = 3.048,970 \text{ m}^3.$$

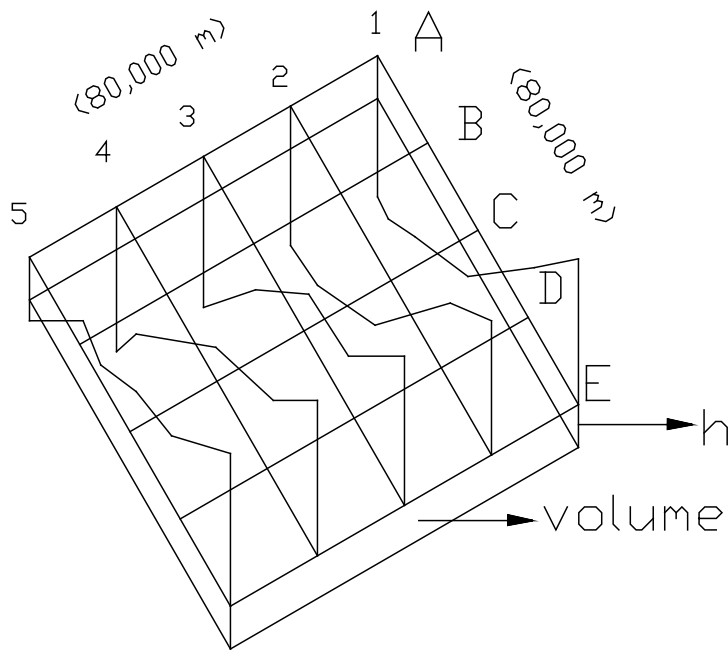


Figura 71 Representação de seções para determinação da cota média para compensação.

Sabendo que a fórmula para calcular o volume é $\text{Vol.} = \text{área} \cdot h$, daí podemos tirar o $h = \text{Vol.} / \text{área}$.

$$h = 3.038,970 \text{ m}^3 / (80\text{m} * 80\text{m}) = 0,476 \text{ m}$$

Ficando assim a cota de compensação:

$$CP = 13,452 - 0,476 = 12,976.$$

3.7 Modelagem numérica do terreno

Um Modelo Numérico de Terreno (MNT) é uma representação matemática computacional da distribuição de um fenômeno espacial que ocorre dentro de uma região da superfície terrestre. Dados de relevo, informações geológicas, levantamentos de profundidades do mar ou de rios, informações meteorológicas e dados geofísicos e geoquímicos são exemplos típicos de fenômenos representados por um MNT.

Dentre alguns usos do MNT, pode-se citar:

- Armazenamento de dados de altimetria para gerar mapas topográficos;
- Análises de corte-aterro para projetos de estradas e barragens;

- Elaboração de mapas de declividade e exposição para apoio da análise de geomorfologia e erodibilidade;
- Apresentação tridimensional (em combinação com outras variáveis).

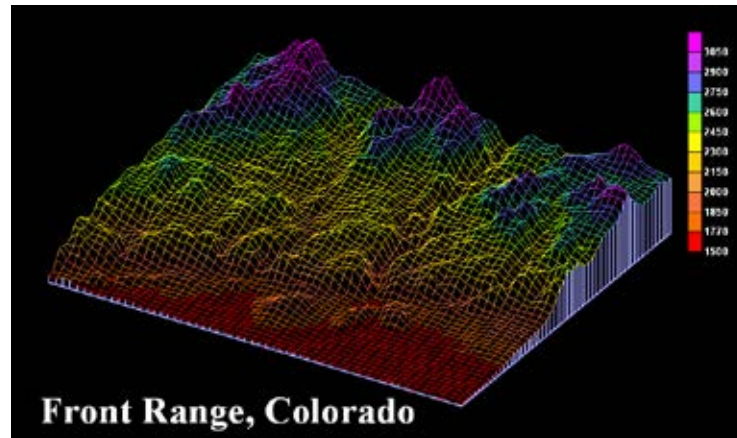


Figura 72 Exemplo de modelo numérico do terreno.

Para a representação de uma superfície real no computador é indispensável a elaboração e criação de um modelo digital, que pode estar representado por equações analíticas ou por uma rede (grade) de pontos, de modo a transmitir ao usuário as características espaciais do terreno.

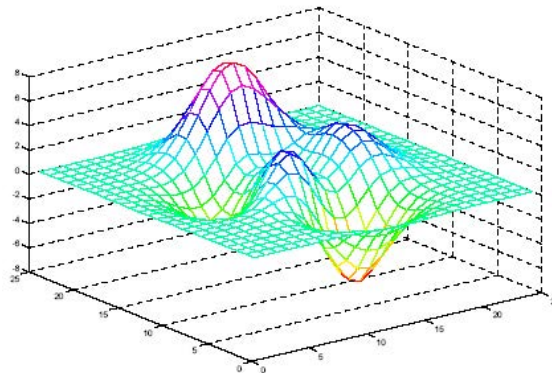


Figura 73 Exemplo de grade retangular com evidência do relevo.

A criação de um modelo numérico de terreno corresponde a uma nova maneira de encarar o problema da elaboração e implantação de projetos. A partir dos modelos (grades) é possível calcular diretamente volumes, áreas, desenhar perfis e seções transversais, gerar imagens sombreadas ou em níveis de cinza, gerar mapas de declividade e aspecto, gerar fatiamentos nos intervalos desejados e perspectivas tridimensionais.

O processo de geração de um modelo numérico de terreno pode ser dividido em duas etapas: (a) aquisição das amostras ou amostragem e (b) geração do modelo propriamente dito ou interpolação. Após a geração do modelo, podem-se desenvolver diferentes aplicações.

A amostragem compreende a aquisição de um conjunto de amostras representativas do fenômeno de interesse. Geralmente essas amostras estão representadas por curvas de isovalores e por pontos tridimensionais.

A interpolação envolve a criação de estruturas de dados e a definição de superfícies de ajuste com o objetivo de se obter uma representação contínua do fenômeno a partir das amostras. Essas estruturas são definidas de forma a possibilitar uma manipulação conveniente e eficiente dos modelos pelos algoritmos de análise contidos no SIG. As estruturas de dados mais utilizadas são: a grade regular e a malha triangular.

As aplicações são procedimentos de análise executados sobre os modelos digitais. As aplicações podem ser qualitativas, tais como a visualização do modelo usando-se projeções geométricas planares ou quantitativas, tais como cálculos de volumes e geração de mapas de declividades.

3.7.1 Amostragem

A amostragem compreende a aquisição de um conjunto de amostras que representam a variação de um fenômeno espacial de interesse. Na definição de uma amostragem representativa deve-se considerar a quantidade e também o posicionamento das amostras em relação ao comportamento do fenômeno a ser modelado. Uma superamostragem de altimetria numa região plana significa redundância de informação, enquanto poucos pontos em uma região de relevo movimentado, significa escassez de informações.

As fontes mais comuns de amostras de modelos digitais de terrenos são: arquivos digitais, importados de outros sistemas, bases topográficas com isolinhas e pontos notáveis de máximos e mínimos e levantamentos em campo transformados, de alguma forma, em informações digitais. Para dados de altimetria pode-se, por exemplo, realizar levantamentos em campo com o auxílio de GPS ("Ground Position Systems"). Um conjunto de amostras pode ainda ser obtido a partir de pares estéreos de imagens de sensoriamento remoto.

Os dados de modelo numérico de terreno estão representados por coordenadas 3D (x,y,z). Quanto à posição relativa das amostras pode-se classificar a amostragem em: regular, semirregular e irregular. A amostragem regular é aquela cuja posição espacial (x, y) das amostras mantém uma regularidade de

distribuição. As amostragens semirregulares são aquelas que preservam a regularidade de distribuição espacial na direção x ou y, mas nunca nas duas ao mesmo tempo. Amostragens por perfis, por exemplo, apresentam regularidade em uma direção preestabelecida.

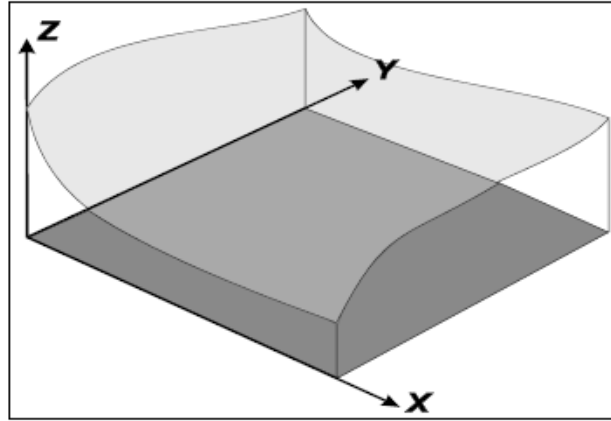


Figura 74 Representação de um modelo digital do terreno nas coordenadas xyz.

Os métodos de aquisição de dados podem ser: (a) por pontos amostrados com espaçamento irregular e regular; (b) por mapa de isolinhas. A Figura 75 mostra vários tipos diferentes de amostragem por pontos e a Figura 76 ilustra o caso de um mapa de isolinhas.

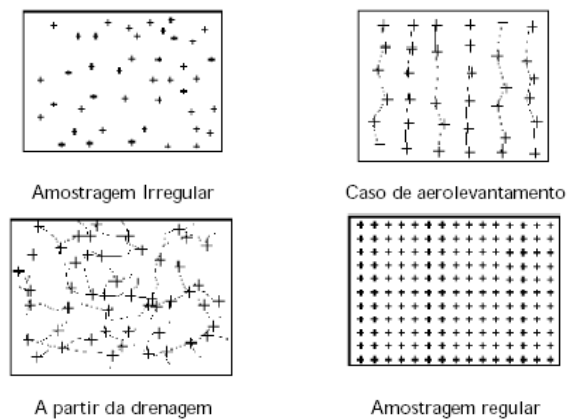


Figura 75 Representação dos métodos de aquisição de dados.

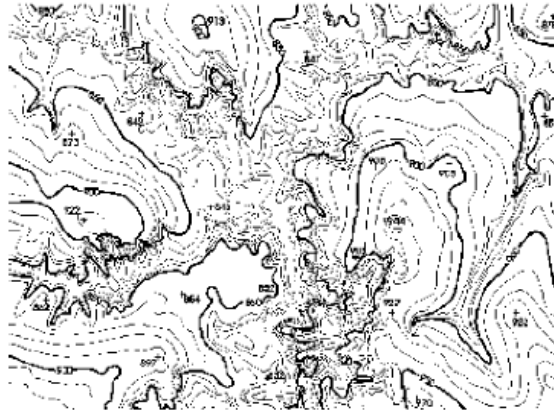


Figura 76 Representação de um mapa de isolinhas.

O cuidado na escolha dos pontos e a quantidade de dados amostrados estão diretamente relacionados com a qualidade do produto final de uma aplicação sobre o modelo. Para aplicações em que se requer um grau de realismo maior, a quantidade de pontos amostrados, bem como o cuidado na escolha destes, ou seja, a qualidade dos dados é decisiva. Quanto maior a quantidade de pontos representantes da superfície real, maior será o esforço computacional para que estes sejam armazenados, recuperados e processados, até que se alcance o produto final da aplicação.

No caso de amostragem por isolinhas, trata-se da representação de uma superfície por meio de curvas de igual cota, como exemplo mais comum temos as isolinhas altimétricas existentes nos mapas topográficos. Nesses mapas, as isolinhas foram impressas com o uso de equipamentos como *stereoplotters*, sobre uma base composta de fotografias em estéreo, obtidas por aerolevantamento. Cabe ainda mencionar que nesses mapas topográficos existem pontos amostrados irregularmente que foram obtidos por trabalhos de campo. A aquisição das isolinhas pode ser efetuada por meio de digitalização manual com uso de uma mesa digitalizadora ou por meio de um processo automático com scanner.

A digitalização manual consiste na operação de identificação de uma isolinha com um valor de cota e em aquisição pelo operador por um processo no qual se segue a linha ao longo do mapa. Na digitalização com o uso de scanner, é obtida uma matriz de pontos em que podem ser identificados as isolinhas e os valores de cota. Os processos de vetorização mais comuns transformam uma isolinha em uma sequência de pontos.

UNIDADE 4

Cartografia

4.1 Introdução

Cartografia pode ser considerada como a ciência e a arte de expressar a superfície terrestre por meio de mapas e cartas. Um mapa representa a superfície da Terra como é vista de cima, acrescentada de detalhes importantes como os limites políticos/administrativos de municípios, estados e países, referenciados a uma rede de meridianos e paralelos.

4.2 Conceito de carta ou mapa

A NBR 13133 (1994) dá a seguinte definição para carta ou mapa:

Representação gráfica sobre uma superfície plana, dos detalhes físicos, naturais e artificiais, de parte ou de toda a superfície terrestre – mediante símbolos ou convenções e meios de orientação indicados, que permitem a avaliação das distâncias, a orientação das direções e a localização geográfica de pontos, áreas e detalhes – podendo ser subdividida em folhas, de forma sistemática, obedecido um plano nacional ou internacional. Esta representação em escalas médias e pequenas leva em consideração a curvatura da Terra, dentro da mais rigorosa localização possível relacionada a um sistema de referência de coordenadas. A carta também pode constituir-se numa representação sucinta de detalhes terrestres, destacando, omitindo ou generalizando certos detalhes para satisfazer requisitos específicos. A classe de informações que uma carta ou mapa se propõe a fornecer é indicada, freqüentemente, sob a forma adjetiva, para diferenciação de outros tipos, como por exemplo, carta aeronáutica, carta náutica, mapa de comunicação, mapa geológico (ABNT, 1994).

Para pequenas regiões, com dimensão máxima de 70 km a partir da origem, a representação de detalhes medidos na superfície da Terra pode ser feita sobre um plano horizontal, normal à vertical do lugar no ponto de origem do levantamento topográfico. As projetantes são ortogonais à superfície de projeção, não se considerando a curvatura da Terra. Os pontos são referenciados a coordenadas cartesianas locais, X e Y, geralmente com o eixo das ordenadas (Y) coincidindo com a direção do Norte geográfico ou magnético.

Para regiões maiores, o plano tangente à superfície da Terra não permite uma representação precisa. As deformações em azimutes e distâncias são significativas, para eliminá-las ou reduzi-las é necessário considerar a curvatura da Terra. As técnicas de medição em campo e o cálculo das coordenadas exigem maiores rigores, deixando o campo da Topografia comum e entrando na Geodésia.

Nessa ciência, os pontos determinados sobre a superfície da Terra em relação a um Sistema de Referência são projetados sobre uma superfície de fácil determinação matemática: o elipsoide. A passagem dos pontos projetados sobre o elipsoide para um mapa, ou seja, um plano, é feita utilizando-se um Sistema de Projeção Cartográfica, escolhido conforme o uso a que se destina o mapa.

4.3 Modelos da superfície terrestre

4.3.1 O elipsoide

Como a representação matemática da superfície da Terra, por sua complexidade, é praticamente impossível, adota-se uma simplificação constituída por um elipsoide de revolução.

O elipsoide de revolução pode ser definido como sendo um sólido gerado pela rotação de uma elipse em torno do eixo de seus polos. Um elipsoide pode ser perfeitamente definido por meio de dois parâmetros: os semieixos a e b . Em Geodésia, é usual considerar como parâmetros o semieixo maior a e o achatamento α .

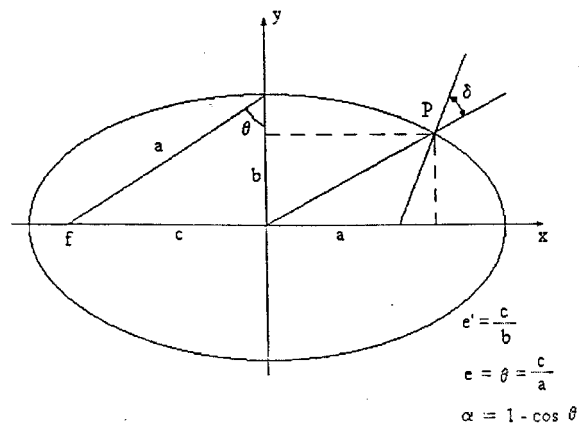


Figura 77 Elipsoide.

A partir dos semieixos do elipsoide é possível estabelecer as seguintes relações:

Achatamento = α

$$\alpha = \frac{a - b}{a} \quad (1)$$

1ª excentricidade = e

$$e = \frac{c}{a} \quad (2)$$

2ª excentricidade = e'

$$e' = \frac{c}{b} \quad (3)$$

para $c^2 = a^2 - b^2$ (4)

Para os cálculos geodésicos, são usuais as seguintes linhas e ângulos do elipsoide:

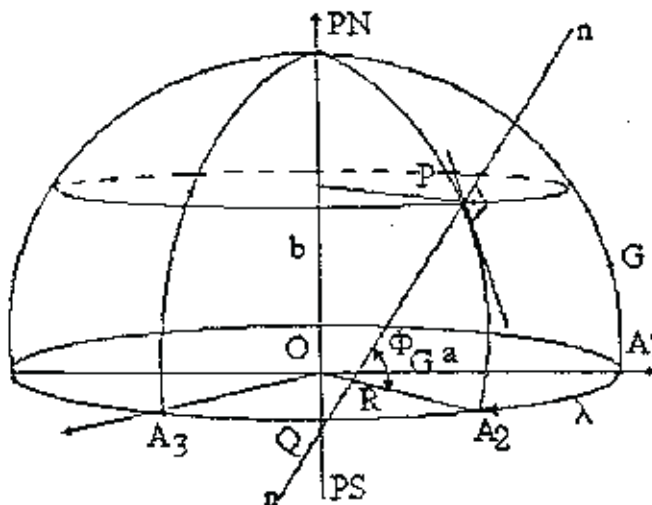


Figura 78 Eixos e ângulos do elipsoide.

Seção normal: é qualquer seção que contenha a normal ao elipsoide no ponto P da superfície.

Seção meridiana: é a seção normal que contém o eixo dos polos P_N - P_S .

Grande normal (N): é o segmento PQ da normal, que vai do ponto P, na superfície, até o encontro Q da normal com o eixo dos polos.

Pequena normal (N'): é o segmento PR da normal, que vai do ponto P ao plano do Equador.

Meridianos geodésicos: correspondem aos meridianos da Terra, definindo-se como seções perpendiculares ao Equador, que contém o eixo dos polos.

Na Figura 78 correspondem às seções meridianas P_N-A_1 , P_N-A_2 , P_N-A_3 .

Longitude: é o ângulo com aresta P_S-P_N entre o meridiano local e o meridiano de Greenwich ($PN-A_1$).

Latitude geodésica ou elipsóidica: é o ângulo normal ao elipsoide no ponto, com o plano do Equador.

4.3.1.1 Raios de curvatura sobre o elipsoide

Raio de curvatura da seção meridiana (M):

$$M = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{(1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \phi)^{1,5}} \quad (5)$$

Raio de curvatura na seção transversa (N):

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \phi}} \quad (6)$$

Raio médio de curvatura (Rm):

$$Rm = \sqrt{M \cdot N} \quad (7)$$

onde:

a = semieixo maior do elipsoide

e = primeira excentricidade do elipsoide

ϕ = latitude do local

Obs. Os valores de a e e , para alguns elipsoides, encontram-se no tópico a seguir.

4.3.2 O geóide

O geóide é uma outra aproximação da forma da Terra, utilizado principalmente como referência para as altitudes ortométricas.

Define-se altitude ortométrica (H) de um ponto qualquer como sendo a distância vertical compreendida entre o ponto e o geóide normal a este.

O geóide pode ser definido como a superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra que mais se aproxima do nível médio dos oceanos.

As superfícies equipotenciais ou superfícies de potencial gravitacional constante, na superfície terrestre ou próximas a ela, são figuras suavemente onduladas, perpendiculares às linhas de força do campo de atração da Terra em todos os seus pontos. São designadas em Geodésia pelo nome de *geópe*.

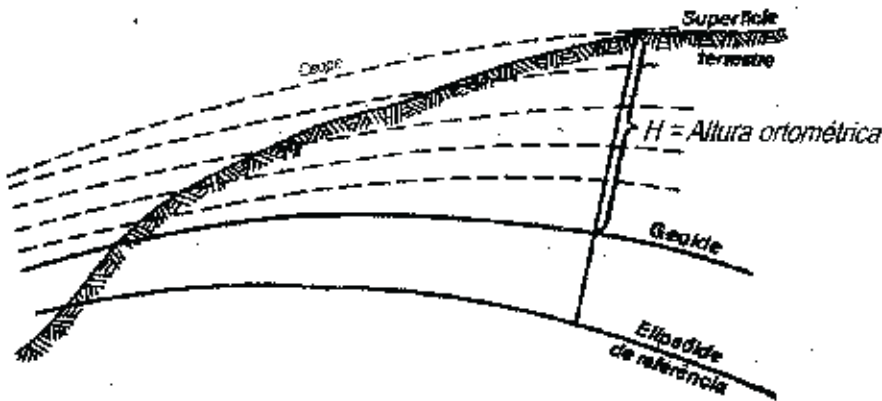


Figura 79 Geópe.

O geóide é um geópe particular: aquele que passa pelo *datum* vertical. No Brasil, o *datum* vertical para as altitudes ortométricas é o nível médio do mar, na cidade de Imbituba (SC).

Enquanto o elipsoide é uma figura matematicamente definida, o geóide, por sua complexidade, é definível com precisão razoável, apenas para pequenas regiões.

Como a superfície do geóide é função do campo gravitacional da Terra, ora se afasta, ora se aproxima da superfície do elipsoide, em razão de a distribuição de massas do planeta não ser homogênea. A separação entre as superfícies do elipsoide e do geóide denomina-se *ondulação geoidal* e representada por N .

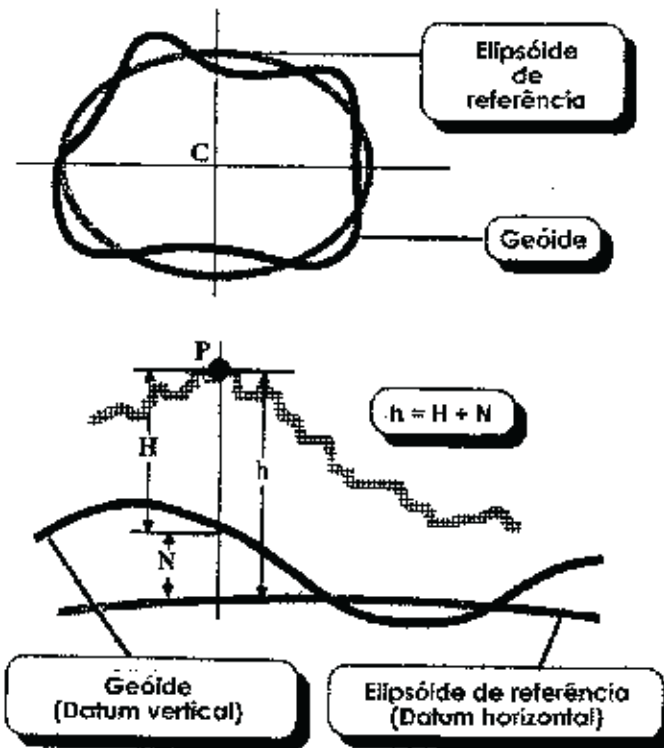


Figura 80 Ondulação geoidal, altura elipsoidal e altitude ortométrica.

O valor da ondulação geoidal N pode ser obtido a partir cartas geoidais (Figura 81) ou comparando-se a altura geométrica ou elipsoidal h , obtida por meio do GPS, com a altitude ortométrica H , quando o rastreamento dos satélites é feito com a antena do receptor GPS sobre pontos onde H é conhecida.

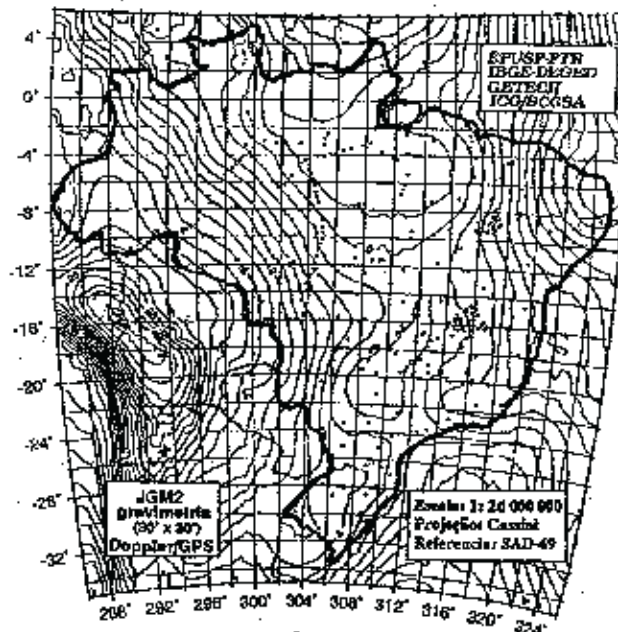


Figura 81 Carta geoidal.

A carta geoidal da figura anterior foi elaborada a partir da comparação entre alturas geoidais, obtidas com auxílio de satélites artificiais e alturas esferoidais (um modelo que admite a Terra como uma esfera), e referenciadas ao elipsoide do sistema SAD-69 por Blitzkow et al. (1992). A magnitude máxima da ondulação geoidal, atingida na região oeste do Brasil, é cerca de 25 metros, com erro relativo de 0,20 m/km.

4.4 Elipsoides no Brasil

Para que a posição de um ponto sobre a superfície da Terra possa ser claramente definida, adotam-se sistemas geodésicos de referência com eixos orientados em relação ao eixo de rotação da Terra e a um meridiano de origem, de forma a definir uma posição única para o ponto.

O referenciamento geodésico de um ponto é feito sobre a superfície de um elipsoide. Cada país pode fazer uso de um ou mais elipsoides. A escolha de um elipsoide é feita, geralmente, em função de sua forma e achatamento, buscando a melhor adaptação para o geóide local. O “ajustamento” do elipsoide é feito sobre pontos geodésicos bem definidos, de forma que possam ser usados como *datum* para todo o sistema de referência. Um *datum* é definido por cinco parâmetros: vértice de origem, coordenadas, azimute, altura geoidal e elipsoide de referência.

Durante muitos anos o Brasil utilizou-se do elipsoide de Hayford, tendo como data (plural de *datum*) os vértices geodésicos de Córrego Alegre (MG), La Canoa (Venezuela) e Astro-Chuá (MG).

A partir de meados da década de 1970, passou a adotar o elipsoide desenvolvido pela Associação Geodésica Internacional em 1967 (UGGI-67), estabelecendo um novo *datum* no vértice VT-Chuá, denominado South American Datum of 1969 (SAD-69).

O Decreto nº 89.317, de 20 de junho de 1984, estabeleceu as Instruções Reguladoras das Normas Técnicas da Cartografia Nacional e instituiu o SAD-69 como “Datum oficial a ser utilizado em toda e qualquer representação cartográfica do Território Nacional”.

Para um usuário da Cartografia é importante notar que as coordenadas geodésicas Latitude (φ) e Longitude (λ) de um mesmo ponto têm valores diferentes quando se utilizam de diferentes elipsoides. Para utilização em mapas com escalas 1:50.000 ou maiores, é sempre recomendável a transformação das coordenadas para um único elipsoide: aquele que se está utilizando no sistema de projeção cartográfica.

No posicionamento GPS, as coordenadas dos pontos são obtidas com referência ao elipsoide do World Geodetic System of 1984 (WGS-84).

Tabela 1 Parâmetros de elipsoides

elipsoide	semieixo a	semieixo b	achatamento f	excentricidade e
Hayford	6.378.388	6.356.911,946	1/297	0,0819918888
SAD-69	6.378.160	6.356.774,719	1/298,25	0,0818201799
WGS 84	6.378.137	6.356.752.314	1/298,2572233563	0,08181918994

4.5 Meridianos e paralelos

A posição de pontos na superfície da Terra pode ser referenciada a um sistema de eixos imaginários: os meridianos e os paralelos. A posição de um ponto é definida pela interseção entre um meridiano e um paralelo.

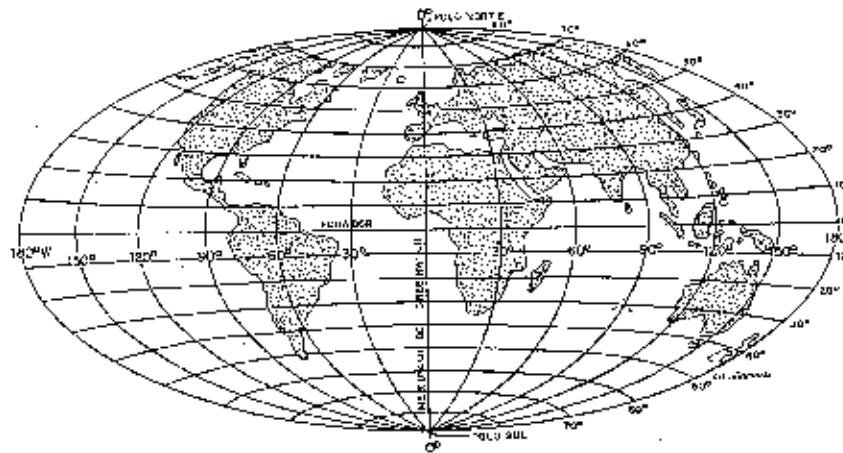


Figura 82 Meridianos e paralelos.

Meridiano é um arco de círculo máximo que passa pelos polos Norte e Sul, determinado por um plano que contém o centro da Terra. Existem infinitos meridianos podendo-se dizer que, como são considerados linhas sem espessura, por cada ponto da superfície da Terra, passa um meridiano.

Inicialmente cada país adotava um meridiano de origem para sua cartografia, geralmente aquele que passava pela sua capital. Para unificar as referências, em 1895, o Congresso Internacional de Geografia adotou o meridiano passando pelo Observatório de Greenwich, Londres, como referência mundial para as longitudes.

Para completar o sistema de eixos de referência utilizam-se linhas perpendiculares aos meridianos: os paralelos. O Paralelo principal é aquele que divide a Terra em duas partes iguais, denominado Equador, a partir de onde são contadas as latitudes.

O conjunto de meridianos e paralelos forma uma rede de linhas imaginárias ao redor do globo terrestre que servem de referência para as coordenadas geográficas Latitude e Longitude.

4.6 Latitude e longitude

A latitude, representada pela letra φ , é o arco de meridiano em graus, minutos e segundos, medido a partir do Equador, de 0° a 90° , para o Norte ou para o Sul, até o paralelo que passa pelo ponto considerado.

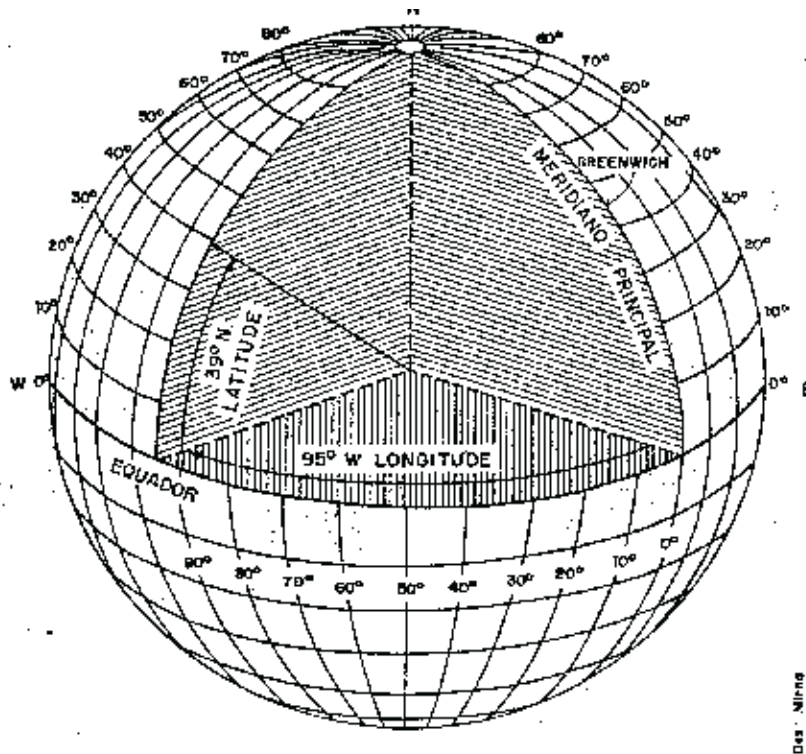


Figura 83 Latitude e longitude.

O enunciado completo de uma latitude deve vir com o valor angular acompanhado do nome do hemisfério em que o ponto se encontra, por exemplo, $22^\circ 00' 00''$ Sul, ou ainda de sinal. Por convenção, o sinal positivo indica um ponto no hemisfério norte e o sinal negativo um ponto no hemisfério sul, por exemplo: $-22^\circ 00' 00''$.

A longitude, representada pela letra λ , é o arco de paralelo em graus, minutos e segundos, medido a partir do meridiano de origem, para Leste ou para Oeste, de 0° a 180° , até o meridiano que passa pelo ponto considerado. Também o enunciado completo da longitude deve conter o valor angular acompanhado das letras W ou E, indicando se a posição está, respectivamente, a oeste ou a leste do meridiano de origem.

Os ângulos correspondentes à latitude e à longitude geográficas são geocêntricos, isto é, têm seus vértices no centro da Terra.

Ilustrando a forma de notação, um dos marcos para rastreamento de satélites do GPS implantado no campus da UFSCar tem suas coordenadas referenciadas ao WGS-84:

Latitude = $\varphi = 21^\circ 58'54,14'' S$

Longitude = $\lambda = 47^\circ 52'44,29'' W$

4.7 Sistemas de projeção cartográfica

A posição de um ponto na superfície da Terra pode ser rigorosamente definida por suas coordenadas Latitude e Longitude. Entretanto, a representação de pontos da superfície da Terra em um mapa está sujeita a deformações consequentes da planificação do elipsoide ou da esfera. Na projeção sobre um plano de pontos que definem uma área, sempre ocorre um deslocamento desigual destes, qualquer que seja o sistema de projeção adotado.

Para representar em um mapa a superfície terrestre ou parte dela, utilizam-se técnicas que correlacionam pontos da superfície com sua representação plana. Essa correlação é feita com os sistemas de projeção cartográfica. Os principais sistemas de projeção cartográfica utilizam uma correspondência matemática entre as coordenadas esféricas ou elipsoidais e as coordenadas plano-retangulares das cartas.

4.7.1 Classificação dos sistemas de projeção

As projeções cartográficas podem ser classificadas por diversos critérios, como por exemplo: método de construção, situação do ponto de vista, superfície de projeção, propriedades que conservam, etc.

4.7.1.1 Quanto à propriedade que conservam

Nenhum sistema de projeção conserva todas as propriedades ao mesmo tempo, tampouco é capaz de apresentar uma propriedade básica que se repita dentro de toda a extensão da carta. As principais propriedades são:

1. **Conformidade:** os ângulos não são deformados, consequentemente a forma se mantém dentro de alguns limites de extensão. A conformidade implica numa variação de escala de um ponto para outro.

2. **Equivalência:** as áreas são conservadas dentro de alguns limites de extensão ou, considerando-se a escala, as áreas da carta são proporcionais às da natureza.

3. **Equidistância:** As deformações lineares são nulas em uma ou algumas direções ao redor de um centro.

Existem sistemas de projeção que não apresentam nem a conformidade nem a equivalência, mas obtêm uma fidelidade razoável, ou seja, uma *deformação mínima*, combinando a aproximação linear com a angular. São as projeções afiláticas.

4.7.1.2 Quanto à orientação do eixo da superfície de projeção

A posição do ponto de tangência nas superfícies planas gera as denominações: *polar* para tangência no polo, *equatorial* ou *meridiana* para tangência no equador e *horizontal* ou *oblíqua* quando a tangência é em um ponto qualquer.

Nas superfícies por desenvolvimento, quando o eixo vertical coincide com a linha dos polos, é denominada *normal* nas cônicas e *equatorial* nas cilíndricas.

Denomina-se *transversa* ou *meridiana* quando a posição do eixo é horizontal, tanto para as cônicas como para as cilíndricas. Quando o eixo estiver situado em uma posição qualquer, denomina-se *horizontal* nas cônicas, e *oblíqua* nas cilíndricas.





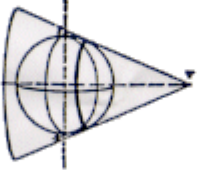
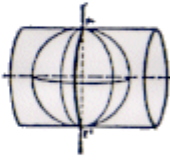

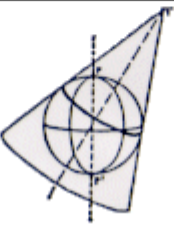

PLANAS	CÔNICAS	CILINDRICAS
 <p>POLAR – plano tangente no pólo</p>	 <p>NORMAL – eixo do cone paralelo ao eixo da Terra</p>	 <p>EQUATORIAL – eixo do cilindro paralelo ao eixo da Terra</p>
 <p>EQUATORIAL – plano tangente no equador</p>	 <p>TRANSVERSA – eixo do cone perpendicular ao eixo da Terra</p>	 <p>TRANSVERSA – eixo do cilindro perpendicular ao eixo da Terra</p>
 <p>HORIZONTAL – plano tangente em um ponto qualquer</p>	 <p>HORIZONTAL – eixo do cone inclinado em relação ao eixo da Terra</p>	 <p>HORIZONTAL – eixo do cilindro inclinado em relação ao eixo da Terra</p>

Figura 84 Tipos de projeções.

4.7.1.3 Designação

A denominação das projeções segue a sequência:

1. a natureza da superfície de projeção: cilíndrica, plana e cônica.
2. a posição do eixo em relação à linha dos polos: polar, transversa e normal.
3. se analíticas, a propriedade que conservam: conforme, equiárea e equidistante. Se geométricas, a posição do ponto de vista: ortográfica, estereográfica, gnomônica.

4.8 Nomenclatura de folhas topográficas

A nomenclatura das folhas topográficas e dos mapas segue o mesmo padrão da Carta do Brasil ao Milionésimo, que faz parte da Carta Internacional do Mundo (CIM), na escala 1: 1.000.000. Entre as latitudes 84° N e 80° S, o sistema de projeção adotado é a Projeção Cônica de Lambert e nas regiões polares, a Projeção Estereográfica Polar.

A Carta do Brasil ao Milionésimo é composta de 46 folhas, cada folha abrangendo uma área de 4° em latitude por 6° em longitude. O intervalo de 6° no sentido das longitudes determina os *fusos*, ou seja, as faixas delimitadas pelos meridianos. Os paralelos limitam as *zonas* em faixas de 4° em 4° de latitude, a partir do Equador até os paralelos de 88° de latitude Norte e Sul. As faixas são denominadas pelas letras de A (no equador) a V (no paralelo 88°). A partir do paralelo 88° até o paralelo 90° estão contidas as duas calotas polares representadas pela letra Z.

No sentido das longitudes, as zonas estão divididas em 60 fusos de 6° cada um, contados de oeste para leste a partir do antimeridiano de Greenwich, ou seja, o meridiano de longitude 180°.

A folha 1:1.000.000 se desdobra em outras escalas maiores, na seguinte seqüência:

1. a folha 1:1.000.000 (4° x 6°) divide-se em quatro folhas (2° x 3°) de escala 1:500.000: V, X, Y, Z.
2. a folha 1:500.000 divide-se em quatro folhas (1° x 1°30') de escala 1:250.000: A, B, C, D.
3. a folha 1:250.000 divide-se em seis folhas (30' x 30') de escala 1:100.000: I, II, III, IV, V, VI.
4. a folha 1:100.000 divide-se em quatro folhas (15' x 15') de escala 1:50.000: 1, 2, 3, 4.
5. a folha 1:50.000 divide-se em quatro folhas (7'30" x 7'30") de escala 1:25.000: NO, NE, SO, SE.
6. a folha 1:25.000 divide-se em seis folhas (3'45" x 2'30") de escala 1:10.000: A, B, C, D, E, F.

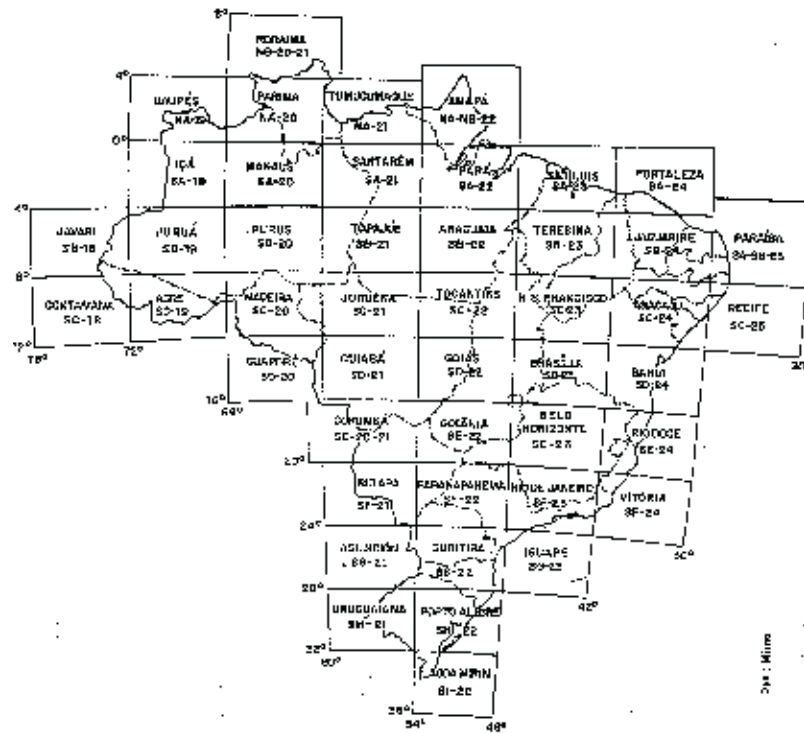


Figura 85 Fusos e zonas.

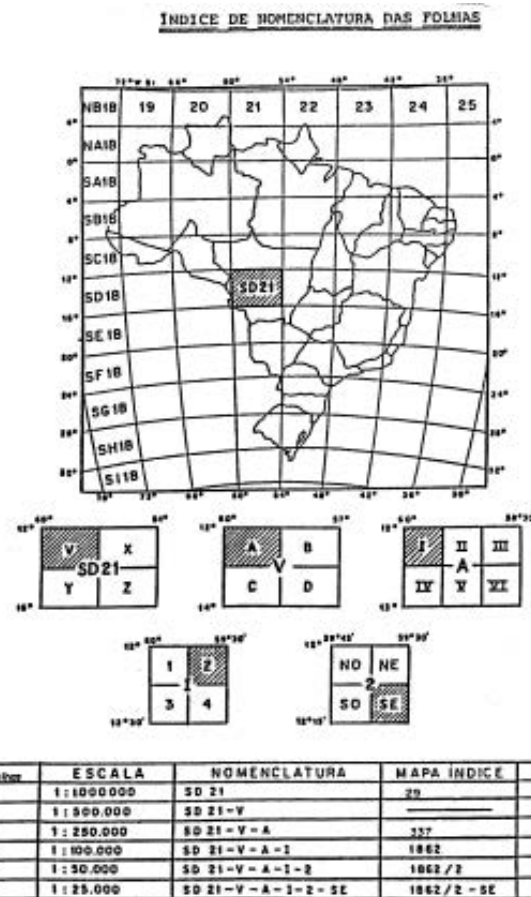


Figura 86 Articulação de folhas.

4.9 Sistema de projeção universal transverso de Mercator (UTM)

Os princípios desse sistema de projeção, que utiliza o desenvolvimento do cilindro, foram concebidos pelo cartógrafo belga Gerhard Kremer (1512-1594), mais conhecido pelo seu nome latinizado Mercator. Esse sistema foi utilizado pela primeira vez em 1569 para a produção de um mapa-múndi. Importantes avanços nesse sistema foram desenvolvidos por Lambert (1772), Gauss (1825) e Krüger (1912).

Em sua concepção atual, o Sistema Universal Transverso de Mercator (UTM) é baseado na projeção cilíndrica transversa, conforme foi proposto pelos Estados Unidos, em 1950, com o objetivo de abranger facilmente todas as longitudes. Em latitudes o sistema é limitado aos paralelos 80° N e 80° S, porque a partir dessas latitudes as deformações são significativas. As regiões polares são representadas pela projeção Estereográfica Polar Universal.

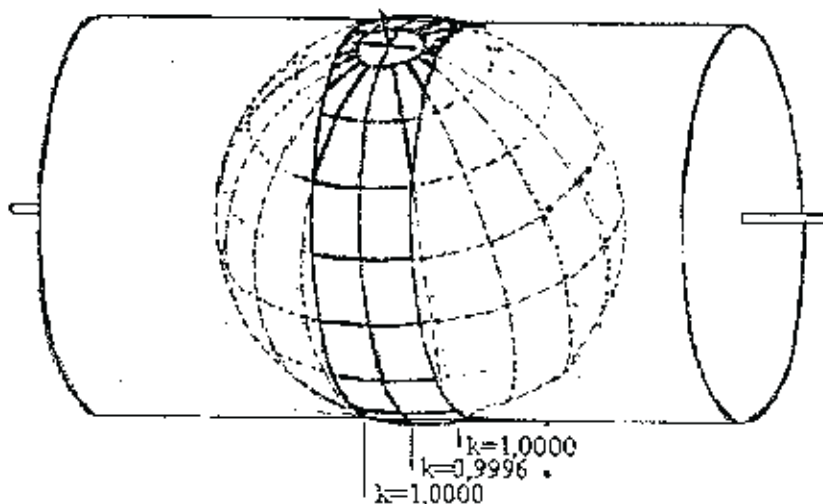


Figura 87 Esfera e cilindro secante.

As especificações do sistema UTM, enunciadas a seguir, são universais:

1. Projeção cilíndrica transversa, conforme os princípios de Mercator, Lambert e Gauss-Krüger.

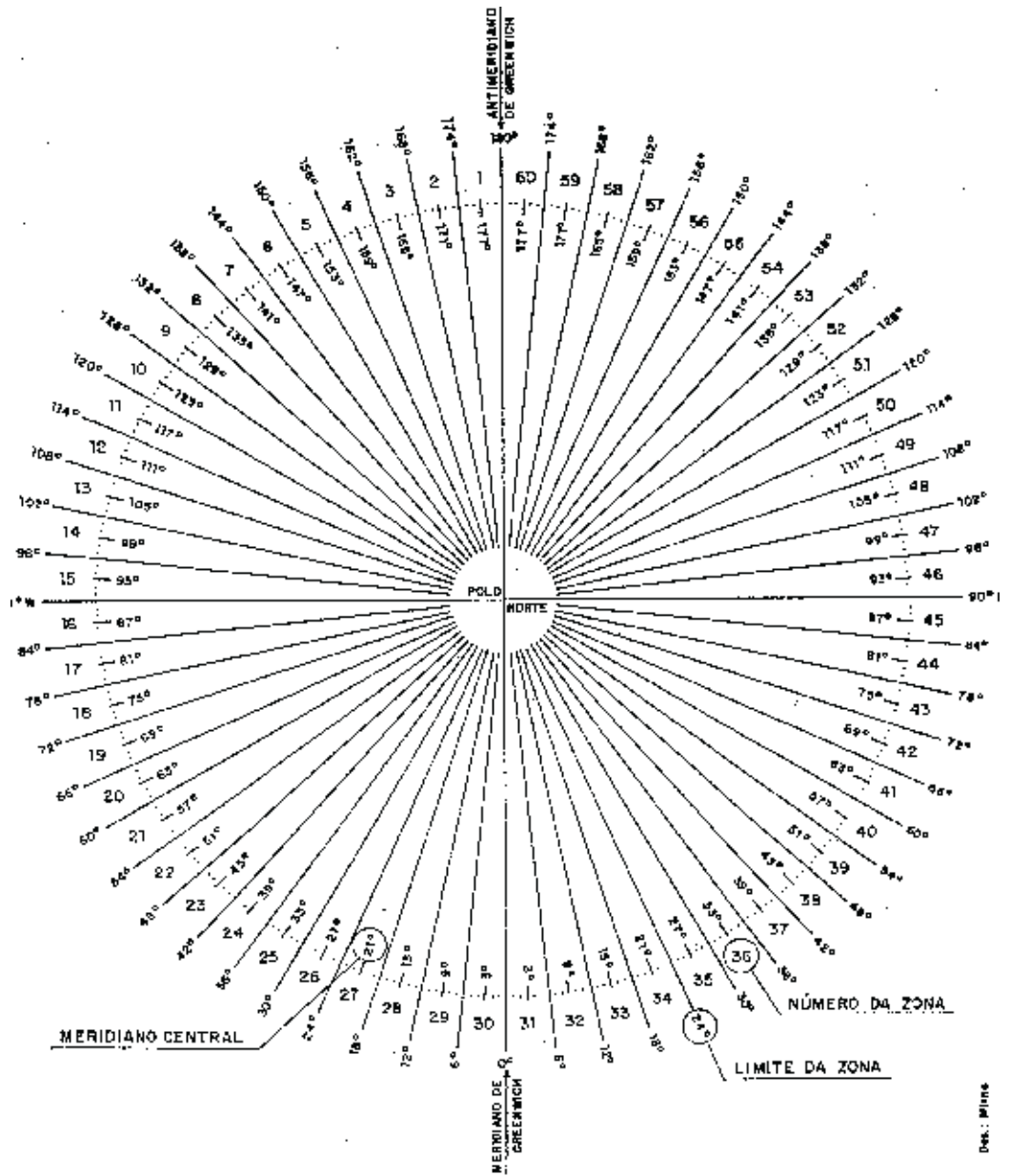


Figura 88 Fusos do UTM.

2. Pode ser adotado um único elipsoide para todo o globo, como o WGS-84, ou cada país adotar aquele(s) que mais se ajuste(m) ao seu território. No Brasil, adotou-se o UGGI-67, tendo como *datum* o vértice de Chuá (MG) do South American Datum of 1969 (SAD-69).



Figura 89 Fusos do Brasil.

3. Divisão do globo terrestre em 60 fusos, de 6° cada, obtidos pela rotação do cilindro no plano do Equador. Os fusos são numerados de 1 a 60, a partir do antimeridiano de Greenwich, com o primeiro fuso compreendido entre as longitudes 180° W e 174° W. Os cálculos e fórmulas matemáticas são idênticos para todos os fusos e os resultados, válidos para toda a Terra.

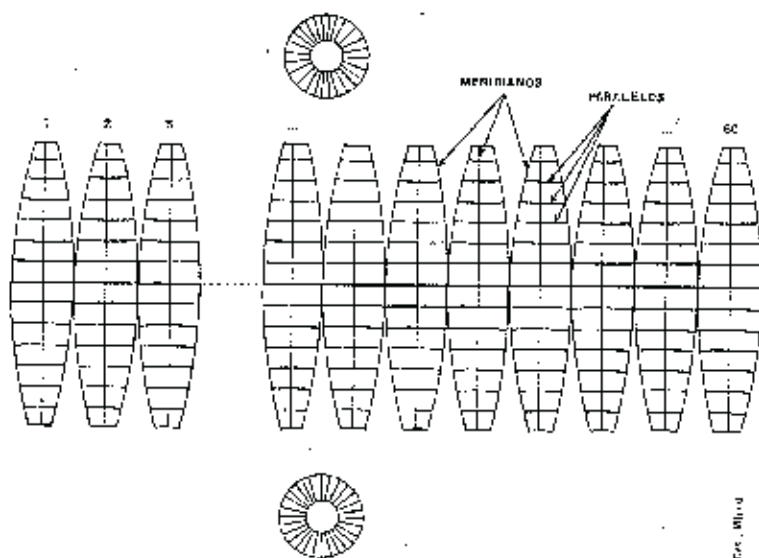


Figura 90 Fusos do UTM.

4. A origem da coordenada (E) no sentido das longitudes é o meridiano central de cada fuso. Para evitar coordenadas negativas, atribui-se o valor de 500.000 ao meridiano central, aumentando positivamente para leste e negativamente para oeste.

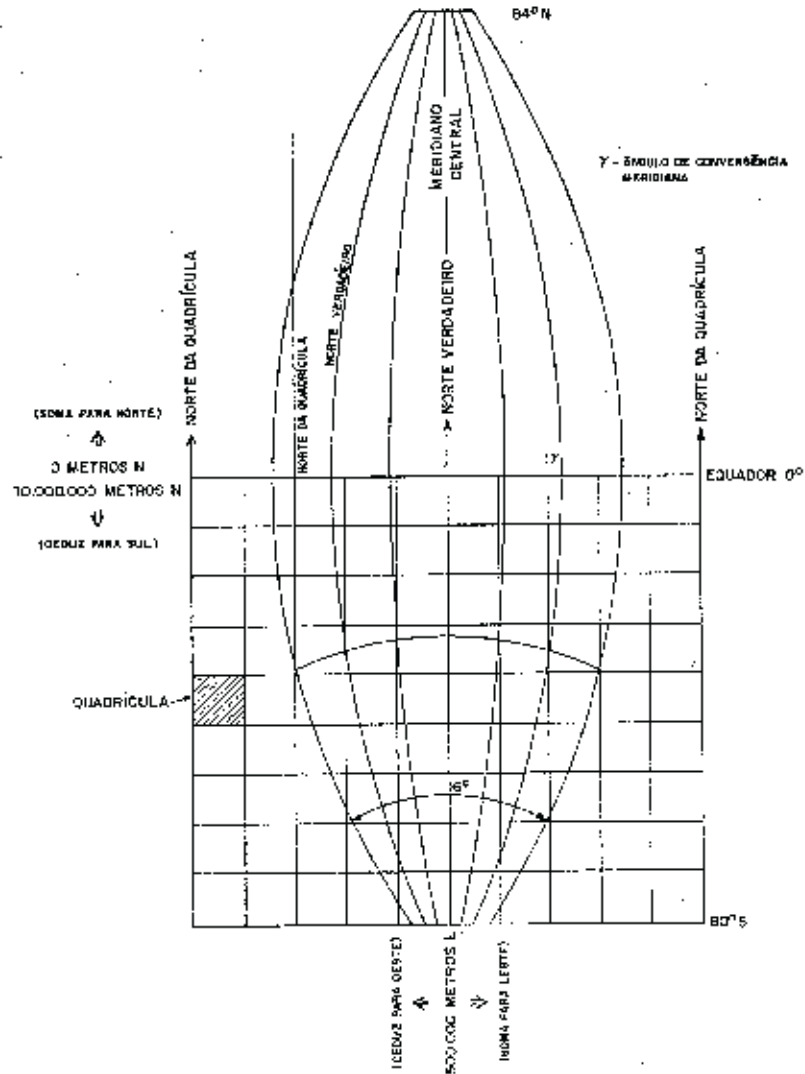


Figura 91 Coordenadas e quadrículas.

5. A origem da coordenada (N), no sentido das latitudes é o Equador. Para o hemisfério sul, atribui-se o valor 10.000.000 à origem, decrescendo no sentido do polo. Para o hemisfério norte, atribui-se 0 (zero) à origem, crescendo no sentido do polo.
6. A unidade de medida é o metro.
7. O fator de escala no meridiano central é $K_0 = 1 / 2500 = 0,9996$. Isso corresponde a tomar um cilindro reduzido desse valor, secante ao esfe-

roide terrestre. O resultado é a redução do valor absoluto das deformações e o surgimento de duas linhas de deformação nula ($K = 1$), com redução no interior ($K < 1$) e ampliação no exterior ($K > 1$).

8. As latitudes do sistema variam de 80° Norte a 80° Sul.

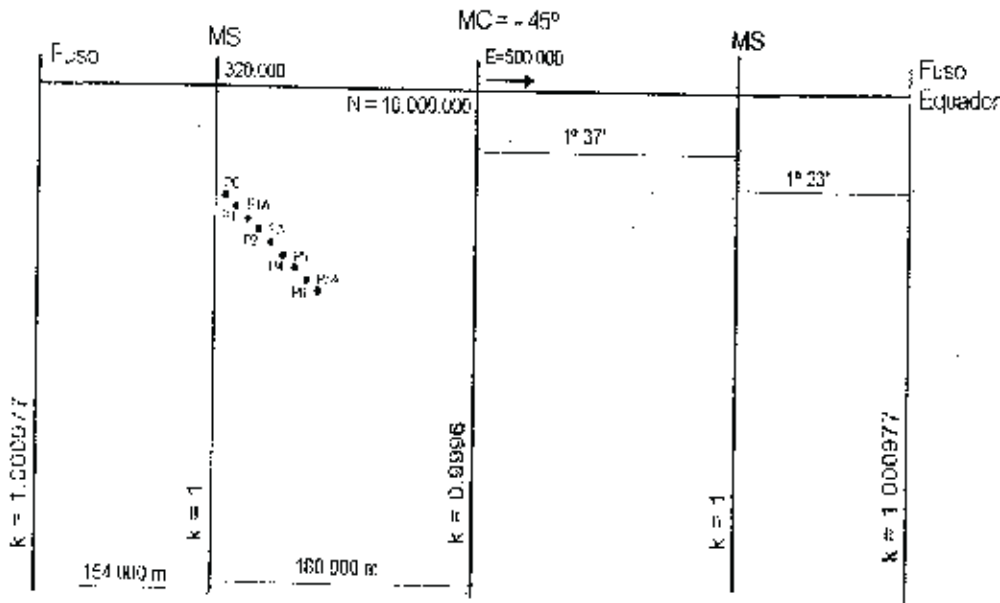


Figura 92 Fuso de 6° – UTM.

Quando a região de interesse está no limite do fuso, admite-se que a folha topográfica avance até 30' (trinta minutos) sobre o fuso vizinho. A origem das coordenadas será a mesma do fuso em que está situada a maior parte da região.

Para reduzir os erros de escala, podem ser adotados fusos com amplitude de 3° (RTM) e 1° (LTM). As expressões matemáticas e a metodologia são as mesmas, mudando apenas o coeficiente de escala K_0 (vide item *fator escala* a seguir) para o meridiano central e o valor das coordenadas na origem.

São atribuídos os seguintes valores para a origem das coordenadas:

RTM:

$N = 5.000.000$ no Equador decrescente para o polo (hemisfério sul).

$E = 400.000$ no meridiano central, crescendo para leste e reduzindo para oeste.

LTM

$N = 5.000.000$ no Equador decrescente para o polo (hemisfério sul).

$E = 200.000$ no meridiano central, crescendo para leste e reduzindo para oeste.

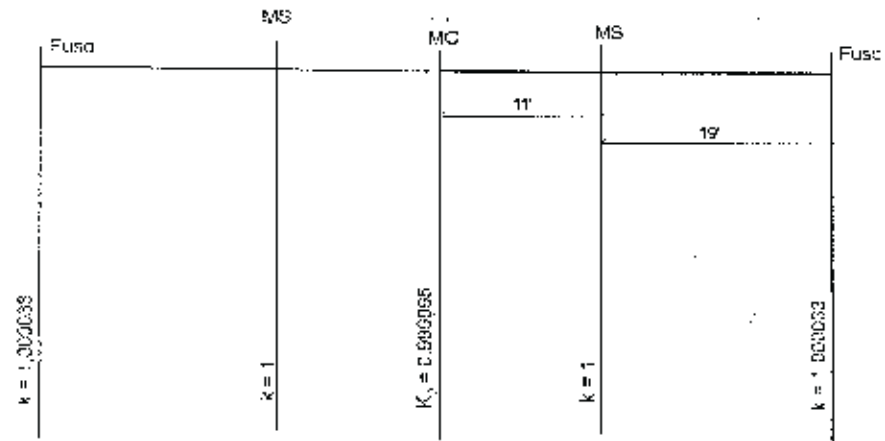


Figura 93 Fuso de 1° – LTM.

4.9.1 Quadrículas

As quadrículas do sistema UTM são conjuntos de linhas retas, espaçadas uniformemente, que se interceptam em ângulos retos, formando um quadriculado.

O intervalo entre as linhas verticais da quadrícula, segundo Libault (1975), é função da escala adotada na folha, mas sempre relacionado a uma distância em número redondo de metros, geralmente quilômetro ou seus múltiplos.

As linhas verticais são paralelas ao meridiano central e as horizontais são paralelas ao Equador. Cada fuso da projeção UTM apresenta uma quadrícula particular, não havendo ligação nas bordas entre a quadrícula de uma folha de um fuso e a outra da folha vizinha de outro fuso.

4.9.2 Fator escala

O fator escala, representado pela letra K, é o número usado para transformação da distância geodésica ou elipsóidica em plana e vice-versa.

O fator escala é variável de ponto para ponto sobre o mapa. Geralmente as folhas topográficas indicam, em seu rodapé, o valor de K para o centro da folha. Esse fator pode ser obtido pela expressão:

$$K = K_0 \left(1 + \frac{E'^2}{2MN} \right) \quad (8)$$

onde:

K = fator escala no ponto considerado

M = raio de curvatura na seção meridiana em m

N = raio de curvatura na seção transversa em m

E' = distância ao meridiano central em m

K_0 = fator escala no meridiano central, sendo:

0,9996 para fuso de 6° de amplitude (UTM)

0,9999 para fuso de 3° de amplitude (RTM)

0,999995 para fuso de 1° de amplitude (LTM)

Tabela 2 Erro de escala

sistema de projeção	erro de escala no meridiano central	erro de escala nas bordas
UTM	1:2.500	1:1.000
RTM	1:10.000	1: 4.000
LTM	1:200.000	1:30.000

Para cálculos mais precisos do fator escala, utiliza-se a expressão mais completa:

$$K = K_0 \left[1 + \left(E'_m{}^2 + \frac{1}{12} \Delta E^2 \right) * \left(\frac{1}{2MN} * \frac{1}{K_0^2} \right) \right] \quad (9)$$

onde:

K_0 = fator escala no meridiano central

E' = distância do ponto ao meridiano central

Para UTM

$$E' = |500.000 - E| \quad (10)$$

E'_m = média de E' dos pontos extremos da linha

ΔE = diferença entre as coordenadas E dos extremos da linha

M = raio de curvatura na seção meridiana

N = raio de curvatura na seção transversa

A rigor, existe um fator escala para cada ponto. Entretanto, para pequenas distâncias e cálculos ordinários, pode-se tomar o fator escala para o centro da região. Para bases longas e cálculos mais rigorosos adota-se um valor ponderado, dado para K pela expressão:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{K_1} + \frac{4}{K_3} + \frac{1}{K_2} \right) \quad (11)$$

sendo

K_1 = fator escala num dos extremos da base

K_2 = fator escala no outro extremo da base

K_3 = fator escala no ponto médio

4.10 Transporte de distâncias

4.10.1 Transporte de distâncias topográficas para diferentes altitudes

A variação de uma distância (Δs) em diferentes altitudes é dada por:

$$\Delta s = S' - S = \frac{S' \cdot \Delta H}{R_M + H + \Delta H} \quad (12)$$

onde:

Δs = variação da distância devido à mudança de altitude em m.

S' = distância na altitude $H + \Delta H$ em m.

S = distância na altitude H em m.

ΔH = diferença de altitudes em m.

R_M = raio médio dado por:

$$R_M = \sqrt{M \cdot N}, \text{ sendo:}$$

M = raio de curvatura na seção meridiana em m.

N = raio de curvatura na seção transversa em m.

4.10.2 Transporte de distância da altitude H para o geoide

$$S_0 = S \left(\frac{R_M}{R_M + H} \right) \quad (13)$$

onde:

S_0 = distância reduzida ao geoide em m

S = distância na altitude H em m

R_M = raio médio em m

H = altitude ortométrica em m

4.10.3 Transporte de distância ao elipsoide

$$S_0 = S \left(\frac{R_M}{R_M + H + N} \right) \quad (14)$$

onde:

S_0 = distância reduzida ao elipsoide em m

S = distância na altitude H em m

H = altitude ortométrica em m

R_M = raio médio em m

N = ondulação geoidal em m

4.10.4 Projeção da distância elipsoidal sobre o plano

A projeção da distância elipsoidal ou da distância geoidal sobre o cilindro planificado (distância plana = S_p) é obtida multiplicando-a pelo fator escala K:

$$S_p = S_0 \cdot K \quad (15)$$

onde:

S_p = distância plana na projeção UTM

S_0 = distância geoidal ou elipsoidal

K = fator escala

4.10.5 Sequência de cálculo para distâncias

A obtenção da distância plana na projeção UTM a partir de uma distância medida sobre a superfície da Terra segue a sequência:

- transporte da distância ao elipsoide ou ao geóide, com uso das expressões 14 ou 13 respectivamente;
- projeção da distância elipsoidal (ou geoidal) sobre o plano, obtida multiplicando-se a distância elipsoidal pelo fator escala (expressões 8, 9 ou 11).

Inversamente, para se obter a distância sobre a superfície terrestre, a partir de uma distância medida sobre uma carta na projeção UTM:

- transporte da distância plana para o elipsoide (ou geóide), obtido dividindo-se a distância plana (d_p) pelo fator escala (K).

transporte da distância elipsoidal (S_0) para a superfície terrestre (S), obtida por:

$$S = S_0 \left(\frac{R_M + H + N}{R_M} \right) \quad (16)$$

com S_0 = distância elipsoidal

ou

$$S = S_0 \left(\frac{R_M + H}{R_M} \right) \quad (17)$$

com S_0 = distância geoidal

4.11 Azimutes

4.11.1 Azimute topográfico

Azimute topográfico de uma linha é o ângulo medido em um de seus vértices, entre o meridiano que passa por esse ponto e a linha. Os azimutes são medidos de 0° a 360° , no sentido horário, a partir da direção norte.

Quando o meridiano é referido ao polo norte magnético, o azimute é denominado *Azimute Magnético*. A determinação da direção do polo norte magnético, ou seja, o meridiano magnético, é feita com emprego de bússolas, e está sujeita

a muitas fontes de erros. Acrescente-se ainda que o próprio polo magnético está em constante deslocamento. Devido à baixa precisão e às facilidades para determinação do azimute verdadeiro com novas tecnologias, em especial o GPS, esse azimute, atualmente, é muito pouco utilizado.

Quando o meridiano de referência é o meridiano geográfico, isto é, passa pelos polos norte e sul definidos pelo eixo de rotação da Terra, o azimute é denominado *Azimute Geográfico* ou *Azimute Verdadeiro*.

O azimute de linhas de uma poligonal pode ser calculado a partir do azimute de uma de suas linhas e dos ângulos horizontais formados entre elas.

No campo da Topografia, considera-se que os meridianos são paralelos em todos os vértices de uma poligonal. Pode-se, então, calcular os azimutes das demais linhas, conhecido o de uma delas, por:

$$\text{Azimute} = \text{Azimute anterior} + \hat{\text{Angulo à Direita}} \pm 180^\circ$$

O sinal do último termo é dado por:

se (azim. ant. + âng.dir) < 180°, o sinal é positivo

se (azim. ant. + âng.dir) > 180°, o sinal é negativo

se após subtrair 180° o resto for maior que 360°, subtrai-se mais 360°.

4.11.2 Azimute plano

Azimute plano é o ângulo compreendido entre a linha vertical da quadrícula (norte da quadrícula - NQ) e a linha considerada. É medido de 0° e 360°, no sentido horário, a partir da quadrícula. O azimute plano é utilizado para cálculo das coordenadas plano-retangulares do sistema UTM.

Ua $\hat{\alpha}_{AB}$ é o ângulo compreendido entre a paralela (NQ) ao meridiano central do fuso e a corda da transformada.

O azimute plano pode ser obtido a partir do azimute verdadeiro, por:

$$\text{Azimute plano} = \text{Azimute verdadeiro} \pm \gamma$$

onde:

γ = convergência meridiana.

4.11.3 Azimute elipsóidico

O azimute elipsóidico corresponde ao ângulo (α_{AB} na Figura 93) compreendido entre a tangente ao meridiano local e a tangente à transformada. O azimute elipsóidico tem origem no sul e varia de 0° a 360° no sentido SW-NE.

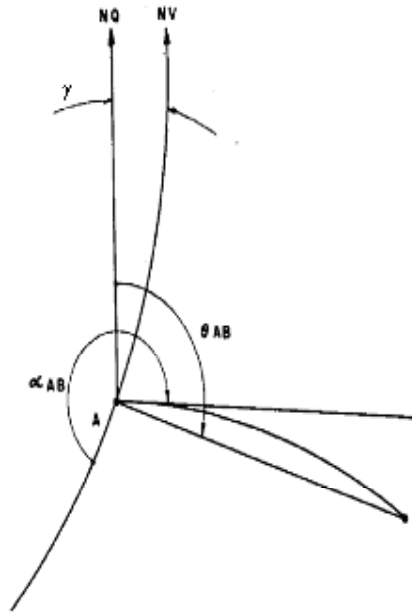


Figura 94 Azimutes e Redução Angular.

4.12 Convergência meridiana

Convergência meridiana é o ângulo compreendido entre o norte geográfico e o norte da quadrícula. Como os meridianos convergem a partir do Equador em direção aos polos, e as linhas verticais da quadrícula são paralelas apenas a um meridiano - o meridiano central - forma-se um ângulo entre os outros meridianos e a quadrícula, ao que se denomina *convergência meridiana*.

A rigor, define-se convergência meridiana como “o ângulo γ que a tangente a um meridiano, num determinado ponto, faz com a paralela ao meridiano central”.

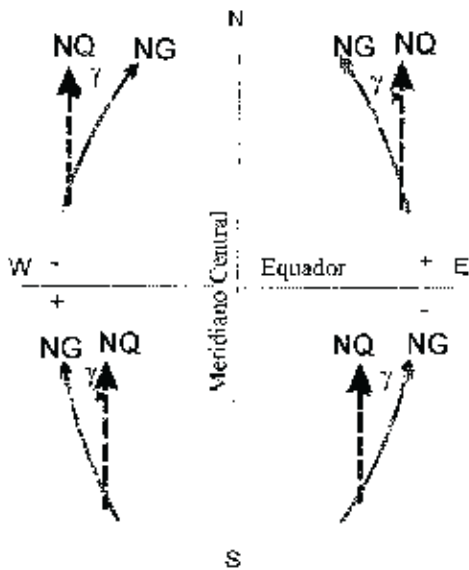


Figura 95 Quadrículas e convergência.

A convergência meridiana é variável em cada ponto dentro do fuso. Para dois pontos simétricos de um lado e de outro do meridiano central, o valor angular da convergência é o mesmo, mudando-se o sinal. O sinal da convergência meridiana (Figura 95) é função, também, do hemisfério onde se encontra a linha.

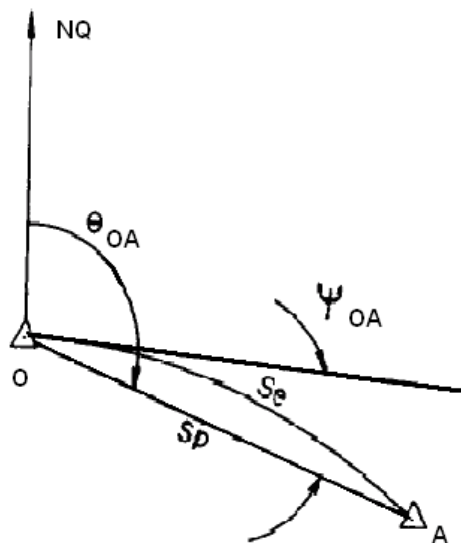


Figura 96 Convergência meridiana.

O valor da convergência meridiana pode ser determinado a partir das coordenadas plano-retangulares N e E do sistema UTM ou a partir das coordenadas geodésicas φ e λ .

A partir das coordenadas geodésicas, a convergência é determinada por:

$$\gamma = XII\rho + XIII\rho^3 + C'_5 \cdot \rho^5 \quad (18)$$

sendo:

$$\rho = 0,0001|\Delta\lambda|'' \quad (19)$$

$$\Delta\lambda = \lambda_{MC} - \lambda \quad (20)$$

$$XII = \text{sen}\phi \cdot 10^4 \quad (21)$$

$$XIII = \frac{\text{sen}^2 1'' \cdot \text{sen}\phi \cdot \cos^2 \phi}{3} (1 + 3e'^2 \cdot \cos^2 \phi + 2e'^4 \cos^4 \phi) \cdot 10^{12} \quad (22)$$

$$C'_5 = \frac{\text{sen}^4 1'' \cdot \text{sen}\phi \cdot \cos^4 \phi}{15} (2 - \text{tg}^2 \phi) \cdot 10^{20} \quad (23)$$

onde:

γ = convergência meridiana.

λ = longitude do ponto, em graus.

λ_{MC} = longitude do meridiano central em graus.

$|\Delta\lambda|''$ = diferença entre longitudes, em segundos.

ϕ = latitude do ponto, em graus.

e'^2 = segunda excentricidade ao quadrado (= 0,0067396609 p/ o SAD-69).

4.13 Redução angular

A redução angular corresponde ao ângulo ψ (Figura 96), compreendido entre a corda e a tangente à transformada no ponto considerado.

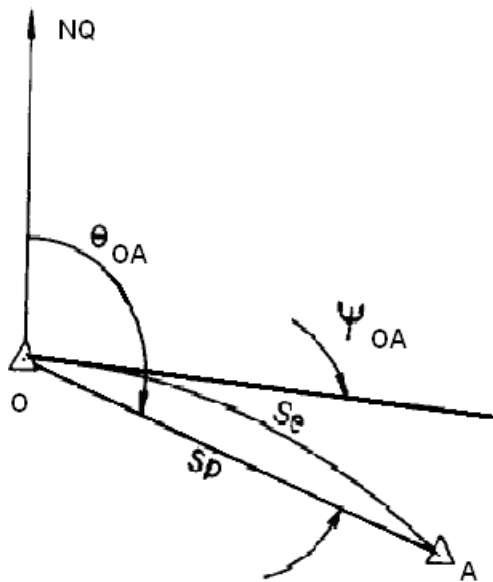


Figura 97 Redução angular.

Na figura 97:

NQ = norte da quadrícula, corresponde a uma paralela ao meridiano central do fuso

θ_{OA} = azimute plano da linha OA

ψ_{OA} = redução angular no vértice O da direção OA

S_p = distância plana entre os pontos O e A

S_e = distância elipsóidica entre os pontos O e A .

Obs.: Projetada sobre o cilindro de Mercator, S_e é a transformada. A concavidade da transformada é sempre voltada para o meridiano central.

A redução angular ψ é calculada pela seguinte expressão:

$$\Psi_{AB} = \Delta N_{AB} (2E'_A + E'_B) \frac{1 + e'^2 \cdot \cos^2 \phi}{2N^2} * \frac{1}{K_0^2} * 6,8755 * 10^4$$

onde:

ΔN_{AB} = (Coord. N no ponto A - Coord. N no ponto B)

e' = segunda excentricidade do elipsoide [=0,0820954375 para o SAD/69]

4.14 Ângulo geodésico e ângulo plano

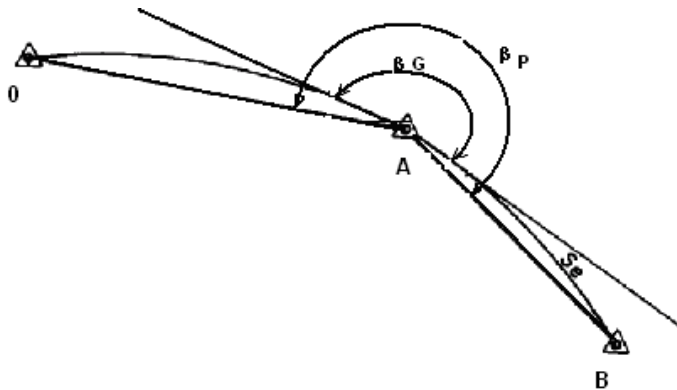


Figura 98 Ângulo geodésico e ângulo plano.

Na figura 98:

β_P = ângulo plano, é o ângulo compreendido entre as cordas das transformadas.

β_G = ângulo geodésico, é o ângulo compreendido entre as tangentes das transformadas no ponto considerado. Pode-se considerar também como sendo o ângulo medido no campo, no vértice A, entre as direções AO e AB.

Exercícios

Exercício 1

Dados:

Ponto A $N_A = 7.429.505,240$, $E_A = 352.375,120$

Ponto B $N_B = 7.432.315,882$, $E_B = 353.469,146$

Altitude Ortométrica média = $H = 800,00$ m

Fuso = 23

Meridiano Central = 45°

Elipsoide = SAD-69

$\alpha_{AB} = 120^\circ 30' 00''$

$\beta_G = 100^\circ 00' 00''$

Calcular

a) distância plana

b) distância elipsoidal

- c) distância topográfica
- d) azimute plano
- e) azimute verdadeiro

Solução

a) cálculo da distância plana = S_p

$$S_p = \sqrt{(N_B - N_A)^2 + (E_B - E_A)^2}$$

$$S_p = \sqrt{(7.432.315,882 - 7.429.505,240)^2 + (353.469,146 - 352.375,120)^2}$$

distância plana $S_p = 3.016,057 \text{ m}$

b) cálculo da distância elipsoidal = S_o

b.1) cálculo do fator escala = K (Utilizando a fórmula simplificada):

$$K = K_0 \left(1 + \frac{E'^2}{2R_M^2} \right)$$

onde:

K = fator escala

K_0 = fator escala no meridiano central = 0,9996 p/UTM

E' = distância do ponto ao meridiano central

$$E' = |500.000 - E|$$

onde:

E = coordenada: Plana UTM (abscissa)

R_M = raio médio no ponto

$$k = 0,9996 \left(\frac{(500.000 - 352.375,120)^2}{2 * 6.371.000} \right)$$

$$K = 0,99986636$$

b.2) distância elipsoidal S_0

$$S_0 = \frac{S_p}{K}$$

$$S_0 = \frac{3.016,057}{0,99986636}$$

distância elipsoidal $S_0 = 3.016,460 \text{ m}$

ou, utilizando a fórmula mais precisa:

$$K = K_0 \left[1 + \left(E'_m + \frac{1}{12} \Delta E^2 \right) * \left(\frac{1}{2MN} * \frac{1}{K_0^2} \right) \right]$$

sendo:

$$M = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{(1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \phi)^{1,5}}$$

$$M = \frac{6.378.160(1 - 0,0066945419)}{(1 - 0,0066945419 * \text{sen}^2 28^\circ 14' 13",083)^{1,5}} =$$

Raio de curvatura da seção meridiana $M = 6.345.376,930 \text{ m}$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \phi}}$$

$$N = \frac{6.378.160}{\sqrt{1 - 0,0066945419 * \text{sen}^2 28^\circ 14' 13",083}} =$$

Raio de curvatura na seção transversa $N = 6.381.485,803$

$$R_m = \sqrt{M \cdot N}$$

$$R_m = \sqrt{6.345.376,930 * 6.381.485,803}$$

Raio médio de curvatura $R_M = 6.363.405,754 \text{ m}$

$$E' = |500.000 - E|$$

$$E'_M = \frac{|500.000 - E_A| + |500.000 - E_B|}{2}$$

$$E'_M = \frac{|500.000 - 352.375,120| + |500.000 - 353.496,146|}{2}$$

$$E'_M = 147.077,867 \text{ m}$$

$$\Delta E = E_A - E_B$$

$$\Delta E = 353.469,146 - 352.375,120$$

$$\Delta E = 1.094,096$$

$$K = K_0 \left[1 + \left(E'_m + \frac{1}{12} \Delta E^2 \right) * \left(\frac{1}{2MN} * \frac{1}{K_0^2} \right) \right]$$

$$K = 0,9996 \left[1 + \left(147.077,867^2 + \frac{1}{12} 1.094,096^2 \right) * \left(\frac{1}{2 * 6.363.405,754^2} * \frac{1}{0,9996^2} \right) \right]$$

fator escala $K = 0,999867215 \text{ m}$

$$S_0 = \frac{S_p}{k}$$

$$S_0 = \frac{3.016,057}{0,999867215} =$$

distância elipsoidal $S_0 = 3.016,458$

b.3) distância topográfica: S

$$S = S_0 \left[\frac{R_M + H}{R_M} \right]$$

$$S = 3016,460 \left[\frac{6.371.000,00 + 800,00}{6.371.000,00} \right]$$

distância topográfica $S = 3.016,839$

d) cálculo do azimute plano

O azimute plano pode ser obtido a partir da seguinte expressão:

$$\text{Rumo}_{AB} = \text{arctg} \frac{E_B - E_A}{N_B - N_S}$$

$$\text{Rumo}_{AB} = \text{arctg} \frac{353.469,146 - 352.375,120}{7.432.315,882 - 7.429.505,240}$$

Figura 99 Geração de sinais.

$$\text{Rumo}_{AB} = 21^{\circ}16'05'',5 \text{ NE}$$

No primeiro quadrante (NE) Rumo = Azimute

Assim, Azimute plano $\Delta_B = 21^{\circ}16'05'',5$

e) cálculo do azimute verdadeiro

O azimute verdadeiro pode ser obtido a partir do azimute plano e da convergência meridiana:

$$\text{Azim. verdadeiro} = \text{Azimute plano} \pm \gamma$$

Onde:

γ = convergência meridiana no ponto A

$\gamma = + 0^{\circ}34'09'',79$ (o sinal é positivo, pois o ponto A está no hemisfério Sul, à esquerda do meridiano central) (ver Figura 99).

$$\text{Azimute verdadeiro} = 21^{\circ}16'05'',5 + 0^{\circ} 34'09'',79 = 21^{\circ} 50'15'',3$$

Exercício 2

Dados:

Ponto A $N_A = 6.875.532,169$, $E_A = 689.429,976$

Ponto B $N_B = 6.893.593,135$, $E_B = 690.301,335$

$\hat{A} 690.301,335 \text{ ita} = 178^{\circ}02'38'',5$

Azimute_{0A} plano = $4^{\circ}43'21'',86$

Distância AB elipsóidica = 18.081,161

Redução angular $\psi_{AO} = 8'',02$

Redução angular $\psi_{AB} = 8'',72$

Calcular

O azimute_{AB} planop

$$\text{Azimute}_{AB \text{ plano}} = \text{Azimute}_{OA} + \text{âng. dir.} \pm \Psi_{AO} \pm 180^\circ \pm \Psi_{AB}$$

$$\text{Azimute}_{AB \text{ plano}} = 4^\circ 43' 21'',86 + 178^\circ 02' 38'',5 - 8'',02 - 180^\circ - 8'',72$$

$$\text{Azimute}_{AB \text{ plano}} = 2^\circ 45' 43'',62$$

Exercício 3

No levantamento de pontos de interesse, um engenheiro iniciou o levantamento em um par de pilares M_0 - M_1 e o fechou em outro par M_2 - M_3 de coordenadas plano-retangulares conhecidas (sistema UTM). Calcular as coordenadas plano-retangulares (sistema UTM) de cada vértice, compensando o erro se houver.

Dados:

Marco	N	E	H (Alt. Ortométrica)
M_0	7.566.371,755	202.727,410	854,691
M_1	7.566.336,702	202.651,462	855,014
M_2	7.567.051,027	202.143,296	862,402
M_3	7.567.198,661	202.124,205	862,495

$$\text{Azimute}_{M_0 M_1} = 21^\circ 58' 56''$$

Meridiano central = 45°

Caderneta de campo:

Est.	P.Vis.	Âng. Hor. Dir.	Dist. Horiz. Topog.
M_1	M_0	$0^\circ 00' 00''$	-
M_1	P_1	$246^\circ 27' 15''$	99,4188
P_1	P_2	$141^\circ 22' 05''$	230,4523
P_2	P_3	$239^\circ 21' 20''$	171,1685
P_3	P_4	$115^\circ 03' 12''$	158,7773
P_4	P_5	$271^\circ 02' 26''$	180,1673
P_5	P_6	$199^\circ 29' 56''$	210,5913
P_6	M_2	$148^\circ 48' 14''$	113,4815
M_2	M_3	$185^\circ 49' 44''$	-

Est.	P.V.	Âng.Dir.	Azim. Plano provisório	Corr. "	Ângulo Direita corrigido	Azimute corrigido
M ₀	M ₁	-	245° 13'29"	0	-	
M ₁	P ₁	246°27'15"	311° 40'44"	1	246°27'16"	311° 40'45"
P ₁	P ₂	141°22'05"	273° 02'49"	2	141°22'07"	273° 02'52"
P ₂	P ₃	239°21'20"	332° 24'09"	2	239°21'22"	332° 24'14"
P ₃	P ₄	115°03'12"	267° 27'21"	1	115°03'13"	267° 27'27"
P ₄	P ₅	271°02'26"	358° 29'47"	2	271°02'28"	358° 29'55"
P ₅	P ₆	199°29'56"	17° 59'43"	2	199°29'58"	17° 59'53"
P ₆	M ₂	148°48'14"	346° 47'57"	1	148°48'15"	346° 48'08"
M ₂	M ₃	185°49'44"	352° 37'41"	2	185°49'46"	352° 37'54"

Dist.Top.	Dist.Plana	Δ	Corr. E	E corrigido	N	Corr. N
99,4188	99,4743	74,2954	0,0034	74,2988	+66,1463	+0,0032
230,4523	230,5810	230,2549	0,0105	230,2554	+12,2597	+0,0006
171,1685	171,2641	79,3357	0,0036	79,3393	+151,7802	+0,0073
158,7773	158,8659	158,7095	0,0072	158,7167	7,0474	+0,0003
180,1673	180,2679	4,7232	0,0002	4,7234	+180,2060	+0,0086
210,5913	210,7088	+65,1058	0,0030	+65,1028	+200,3982	+0,0096
113,4815	113,5459	25,9240	0,0012	25,9252	+110,5468	+0,0054

N corrigido	E	N	Ponto
	202.651,462	7.566.336,702	M ₁
+66,1495	202.577,163	7.566.402,852	P ₁
+12,2603	202.346,898	7.566.415,112	P ₂
+151,7875	202.267,559	7.566.566,900	P ₃
7,0471	202.108,842	7.566.559,853	P ₄
+180,2146	202.104,118	7.566.740,068	P ₅
+200,4078	202.169,221	7.566.940,476	P ₆
+110,5522	202.143,296	7.567.051,027	M ₂

SOBRE O AUTOR

Jorge Miguel Nucci

Engenheiro agrimensor (Faculdades Integradas de Araraquara – Engenharia de Agrimensura, 1987), especialista em Educação Ambiental (CRHEA – USP, 1998), técnico de Laboratório de Topografia (UFSCar, 1988), professor de Topografia do Curso Técnico (Araraquara, 1990), professor de Astronomia de Campo do Curso de Engenharia de Agrimensura (Araraquara, 1992), atualmente leciona a disciplina *Topografia* no Centro Universitário Moura Lacerda nos cursos de Engenharia Civil, de Agronomia e de Arquitetura.

Marco Antonio Albano Moreira

Engenheiro agrimensor (Faculdades Integradas de Araraquara – Engenharia de Agrimensura, 1996), doutorando em Engenharia Urbana (UFSCar, em andamento), mestre em Engenharia Urbana (UFSCar 2002), licenciado em Matemática (Centro Universitário Barão de Mauá, 1999), especialista em Geoprocessamento (UFSCar, 2003), especialista em Educação Ambiental (CRHEA - USP, 1998), Curso de Formação Software Moodle (UFSCar, 2007).

Ministra aulas de Matemática para o ensino fundamental e médio. Participa da Tutoria Virtual junto à UAB-UFSCar na Formação de Tutores, na disciplina *Expressão Gráfica* para Engenharia Ambiental, na disciplina *Desenho Auxiliado por Computador* para Engenharia Ambiental.

Ministrou aulas em cursos de especialização em Gestão Ambiental na disciplina *Cartografia Geotécnica*. Atualmente é lotado no Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos, atuando na área técnica junto à pós-graduação em trabalhos de mapeamento geotécnico e junto à graduação na preparação e acompanhamento de aulas práticas de mineralogia, geologia e de geologia de engenharia. Atua também em consultoria na área de topografia voltada à elaboração de projetos de Engenharia Civil e Arquitetura.

In Memoriam, Segundo Carlos Lopes

Graduado em Engenharia de Agrimensura pela Faculdade de Engenharia de Agrimensura de Araraquara (1975), mestre em Engenharia - Área de Transportes, pela Universidade de São Paulo - EESC, (1989) e doutor em Engenharia - Área de Transportes, pela Universidade de São Paulo - EESC, (1996). Professor

Associado - DE - nível 1, da Universidade Federal de São Carlos, SP, departamento de Engenharia Civil, professor de diversos cursos de especialização nas áreas de Cartografia, Topografia e Geoprocessamento.