Unidade 6

UAB-UFSCar
Bacharelado em Sistemas de Informação
Fundamentos de Lógica Matemática
Técnicas Dedutivas
28/02/2011

Prof. Alexandre

Resumo

- O foco desta Unidade consiste na apresentação 3 técnicas para verificação da validade de argumentos
  - Prova Direta (igual ao que vimos na Unidade 5)
  - Prova Condicional
  - Prova por Redução ao Absurdo
- Todas as 3 utilizam o mesmo conjunto de regras de inferência!

Prova Direta

- Consiste exatamente no que já vinhamos fazendo na Unidade anterior, ou seja, inferir logicamente uma conclusão a partir de um conjunto de premissas

Prova Condicional

- Fornece uma maneira de provar uma conclusão da forma **a** $\rightarrow$ **b** (condicional)
- Basta incluir o antecedente **a** como mais uma premissa adicional (hipótese) e provar **b**
- Se for possível chegar em b, provamos **a** $\rightarrow$ **b** (pois se **a** é verdade, **b** também será)

Prova Condicional

- Exemplo

$$(p \rightarrow q) \land \neg(r \land \neg s) , s \rightarrow (t \lor u) , \neg u \vdash \neg t \rightarrow \neg r$$

Introduzir o antecedente $\neg t$ como premissa...

(1)	$(p \rightarrow q) \land \neg(r \land \neg s)$	Premissa
(2)	$s \rightarrow (t \lor u)$	Premissa
(3)	$\neg u$	Premissa
(4)	$\neg t$	Hipótese
(5)	$\neg(r \land \neg s)$	Simplificação em (1)
(6)	$\neg r \lor s$	DeMorgan em (5)
(7)	$\neg t \land \neg u$	Conjunção em (3,4)
(8)	$\neg(t \lor u)$	DeMorgan em (7)
(9)	$\neg s$	Modus Tollens em (2,8)
(10)	$\neg r$	Silogismo Disjuntivo em (6,9)
(11)	$\neg t \rightarrow \neg r$	Eliminação da Hipótese (4,10)

...para deduzir logicamente o consequente $\neg r$

Prova por Redução ao Absurdo

- Fornece uma maneira alternativa de provar uma conclusão

- Para isso, basta introduzimos a negação da conclusão como premissa e deduzir uma contradição lógica da forma $a \wedge \neg a$, $(a \vee b) \wedge \neg(a \vee b)$, $(a \wedge b) \wedge \neg(a \wedge b)$

Prova por Redução ao Absurdo

- Exemplo

$$(p \to q) \to r,\ (r \vee s) \to \neg t,\ t \vdash \neg q$$

Introduzir a negação da conclusão como premissa...

(1)	$(p \to q) \to r$	Premissa
(2)	$(r \vee s) \to \neg t$	Premissa
(3)	t	Premissa
(4)	q	Premissa provisória
(5)	$\neg(r \vee s)$	Modus Tollens em (2,3)
(6)	$\neg r \wedge \neg s$	DeMorgan em (5)
(7)	$\neg r$	Simplificação em (6)
(8)	$\neg(p \to q)$	Modus Tollens em (1,7)
(9)	$\neg(\neg p \vee q)$	Equivalência em (8)
(10)	$p \wedge \neg q$	DeMorgan em (9)
(11)	$\neg q$	Simplificação em (10)
(12)	$q \wedge \neg q$	Conjunção em (4,11)

...para deduzir uma contradição do tipo $q \wedge \neg q$