

BACHARELADO EM ENGENHARIA AMBIENTAL – EaD
UAB/UFSCar
Expressão Gráfica para Engenharia

GEOMETRIA DESCRITIVA – CONCEITOS BÁSICOS

*APOSTILA DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL DA
UFSCar – volume 6
(Original produzido pelo Prof. Admir Basso)*

*Adaptado por Prof^a Sheyla Mara Baptista Serra
Fevereiro de 2008*



6 GEOMETRIA DESCRITIVA: CONCEITOS BÁSICOS

6.1 NOÇÕES BÁSICAS DE DESENHO TÉCNICO

Para o desempenho das várias atividades na sociedade, o homem, necessita de sistemas de comunicação. Assim é, que se apresenta a linguagem – escrita ou falada – como os dois sistemas de comunicação mais comuns.

Esses dois sistemas de comunicação, em determinadas condições tornam-se ineficientes. A comunicação naval utiliza-se de um sistema baseado em bandeiras. A comunicação entre mudos é feita através de movimento dos dedos – linguagem dos sinais. Entre cegos a comunicação é feita através de um sistema especial de relevos – o sistema *braille*.

Em algumas especialidades do conhecimento humano, a fala ou a escrita, como sistema de comunicação, também é insuficiente. Neste caso, destacam-se as engenharias e a arquitetura. Nessas especialidades a criação ou manipulação de objetos tridimensionais torna-se até impossível através da linguagem. O sistema de comunicação desenvolvido nessa especialidade foi o DESENHO.

Entende-se o desenho como um sistema de representação dos objetos. Estes objetos são representados normalmente em um espaço bidimensional.

Pense no projeto de um carro e de todos os seus componentes. Precisa haver uma forma de combinação e padronização dos desenhos de modo que todos os envolvidos no processo de produção, sejam engenheiros mecânicos, de produção, elétricos, ou outros, possam entender facilmente as simbologias utilizadas.

A representação de um objeto tridimensional, como este carro, em um espaço bidimensional, como um papel ou uma tela de computador, tem como finalidade dois objetivos.

O primeiro é mostrar – comunicar – a forma que o objeto tem na realidade, isto é, reproduzir o aspecto que o objeto teria. Esse tipo de representação denomina-se DESENHO PERSPECTIVO ou PERSPECTIVA simplesmente.

Quando se deseja colocar em evidência as dimensões do objeto, dimensões estas, cujo conhecimento é imprescindível para a construção do objeto, tem-se o segundo objetivo. Essa operação gráfica é denominada DESENHO PROJETIVO.

Para se atingir estes dois objetivos, isto é, a Perspectiva e o Desenho Projetivo realiza-se uma operação gráfica na qual liga-se o objeto real a sua representação em um plano. Essa operação gráfica é denominada PROJEÇÃO.



Para realizar-se uma projeção, são necessários três elementos básicos:

- O conhecimento do objeto a ser representado;
- O centro de projeções;
- A superfície na qual se efetua a projeção.

As características do centro de projeções e a superfície na qual se efetua a projeção definem o SISTEMA DE PROJEÇÕES. Basicamente tem-se dois sistemas de projeções – CÔNICO E CILÍNDRICO.

A superfície na qual se efetua as projeções – “um plano” - doravante será denominada PLANO DE PROJEÇÕES.

O centro de projeções é considerado como “um ponto” - não pertencente ao plano e a uma distância finita do mesmo.

A projeção de um ponto “A” qualquer do espaço é a intersecção da reta projetante “r” com o plano de projeções “ π ” gerando o ponto “A’”. A reta “r” contém o ponto A e o centro de projeções CP.

CP: Centro de Projeções.

π : Plano de Projeções.

r: Reta projetante.

A’: Projeção do ponto A.

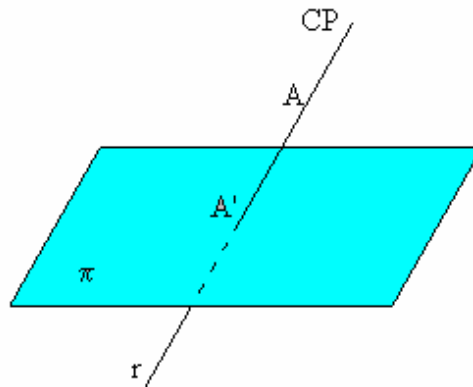


Figura 6.1. PROJEÇÃO DO PONTO A

Como pôde ser observada na Figura 6.1, a reta r atravessa o plano π , gerando um novo ponto - A’.

O plano π é denominado PLANO DE PROJEÇÕES, que recebe a projeção A’. A reta “r”, que contém o ponto “A” e o centro de projeções (CP), é denominada RETA PROJETANTE.

Realizando a operação para vários pontos do espaço – A,B,C,D,E,F,G e H – e, unindo-se esses pontos projetados por uma curva, as retas projetantes constituem as posições da geratriz de uma superfície CÔNICA na qual o centro de projeções é o vértice. Desta forma, as projeções dos



pontos são geradas considerando-se a superfície CÔNICA. Veja a representação na Figura 6.2.

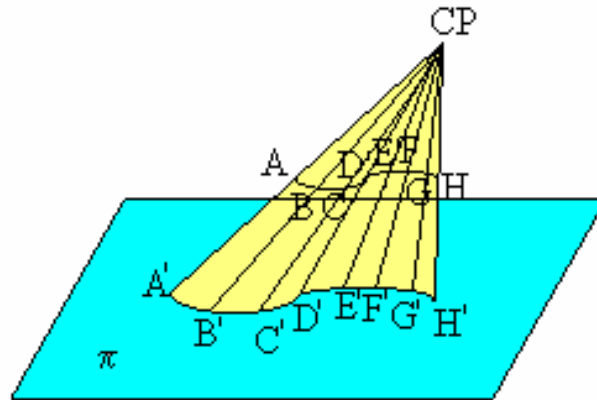


Figura 6.2. PROJEÇÕES CÔNICAS DE PONTOS

Por este motivo, porque a superfície gerada parece um cone quando o centro de projeções está a uma distância finita do plano de projeções, o sistema de projeção é denominado SISTEMA CÔNICO DE PROJEÇÕES ou PROJEÇÕES CÔNICAS.

Colocando o centro de projeções a uma distância infinita do plano de projeções (ou seja, o CP não poderá ser visualizado na figura de representação do espaço), tem-se o segundo sistema de projeções. A situação do Centro de Projeções será dada por uma reta "t" denominada DIREÇÃO DAS PROJETANTES ou DIREÇÃO DE PROJEÇÕES (Figura 6.3).

- t: Direção das Projetantes.
- π : Plano de Projeções.
- A': Projeção do ponto A.

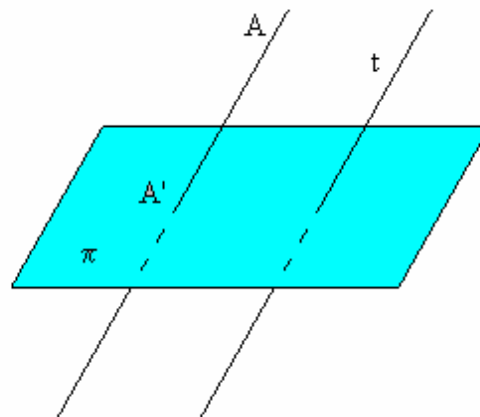


Figura 6.3. PROJEÇÃO DO PONTO A SEGUNDO A DIREÇÃO t



A projeção de um ponto "A" qualquer do espaço será a intersecção, com o plano de projeções, de uma reta que contenha o ponto A e seja paralela à direção das projetantes, conforme Figura 6.4.

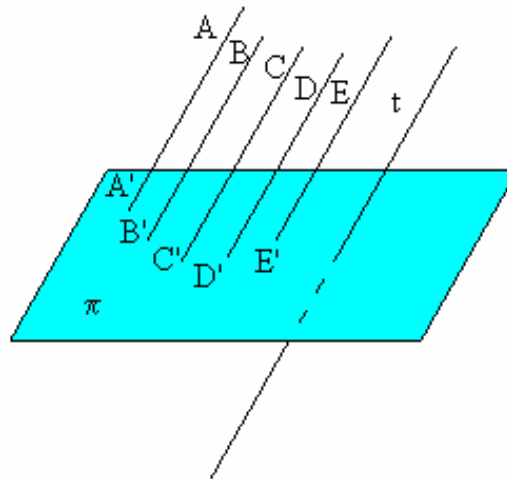


Figura 6.4. DIREÇÃO t DAS RETAS PROJETANTES

Repetindo-se a operação para vários pontos do espaço, as retas projetantes serão geratrizes de uma superfície CILÍNDRICA.

Este sistema de projeções é denominado SISTEMA CILÍNDRICO DE PROJEÇÕES ou PROJEÇÕES CILÍNDRICAS.

A direção de projeções pode assumir uma posição particular. A direção de projeções pode ser perpendicular (formando ângulo reto) ao plano de projeções, conforme mostra a figura 6.5. Neste caso o sistema é denominado SISTEMA CILÍNDRICO ORTOGONAL DE PROJEÇÕES.

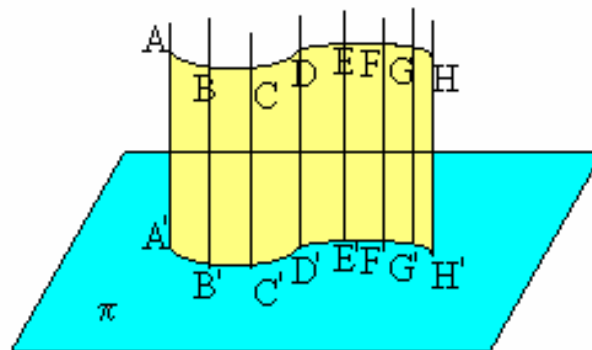


Figura 6.5. PROJEÇÕES CILINDRICAS ORTOGONAIS DE PONTOS



Os sistemas cônico e cilíndrico de projeções são as bases de todos os tipos de projeções utilizados e são suficientes para a aplicação nas engenharias.

Como curiosidade, são apresentados a seguir os tipos de projeções mais conhecidos:

- Base nas Projeções Cônicas.
 - Perspectiva Linear
 - Projeção Bicentral e Estereoscopia.
 - Projeção de Sombra pelos raios divergentes.
 - Perspectiva Panorâmica.
 - Perspectiva Cenográfica.
 - Projeção Estereográfica sobre Superfície Cilíndrica.
 - Projeção Estereográfica sobre Superfície Cônica.
 - Projeção Estereográfica sobre Plano Tangente a Esfera.
 - Perspectiva Axonométrica.

- Base nas Projeções Cilíndricas.
 - Obliquas
 - Perspectiva Cavaleira.
 - Perspectiva Militar.
 - Sombra pelos Raios Luminosos Paralelos.
 - Projeções Clinográficas.

- Projeções Axonométricas Obliquas.
 - Ortogonais sobre um Plano
 - Projeções Cotadas
 - Projeções Axonométricas Ortogonais.
 - Ortogonais sobre Planos Ortogonais.
 - Sobre Dois Planos.
 - Sobre Três Planos.
 - Sobre as Faces de um Cubo.
 - Combinados.
 - Projeções de Denisa.

Para o Desenho Técnico, as que vamos utilizar são as PROJEÇÕES CILÍNDRICAS ORTOGONAIS SOBRE PLANOS ORTOGONAIS.

Os demais tipos de projeções atendem as necessidades de outros tipos de representações que não são objetivos de estudo desta nossa disciplina.



6.2 PROJEÇÕES CILÍNDRICAS

Antes de iniciarmos o estudo das projeções cilíndricas ortogonais sobre planos ortogonais, aprofundaremos o estudo sobre projeções cilíndricas. Isto porque os conceitos fundamentais independem do tipo de projeção.

Os conceitos fundamentais necessários são os teoremas que regem o sistema em estudo. Não iremos demonstrá-los, pois a revisão de tais teoremas tem a finalidade de fornecer-nos as ferramentas necessárias para trabalhar com o sistema de representação e entender os conceitos básicos.

A seguir veremos os conceitos individualizados para retas. Pense que as figuras e objetos que vamos trabalhar são mais complexos, formados por diversos segmentos de retas e planos. Por isso, é importante estudar conceitos genéricos antes para depois poder aplicar mais facilmente. Vamos lá?

Teorema 01.

A projeção cilíndrica de uma reta do espaço será:

- pontual se essa reta for paralela à direção de projeções.
- uma reta se a reta do espaço não for paralela à direção de projeções.

Para determinarmos a projeção de uma reta não paralela à direção de projeções é suficiente determinarmos a projeção de dois pontos a ela pertencentes. Assim, consideramos a reta "s" formada pelos pontos "A" e "B".

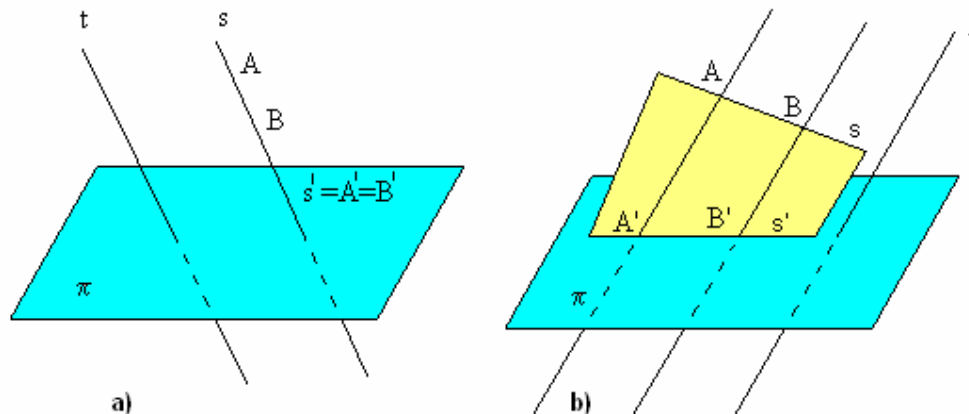


Figura 6.6. TEOREMA 1.



- Analisando-se a figura anterior, pode-se afirmar que:
- neste caso, pode-se observar que s' é um ponto que coincide com A' e B' ;
 - aqui, s' é reta que possui o segmento de reta $A' B'$, que é a projeção dos pontos A e B , respectivamente.

Teorema 02.

Duas retas paralelas entre si têm projeções cilíndricas:

- paralelas entre si, quando não são paralelas à direção de projeções e não pertencem a um plano paralelo à direção de projeções.
- coincidentes, quando não são paralelas à direção de projeções, mas pertencerem a um plano paralelo à direção de projeções.
- pontuais, quando forem paralelas à direção de projeções.

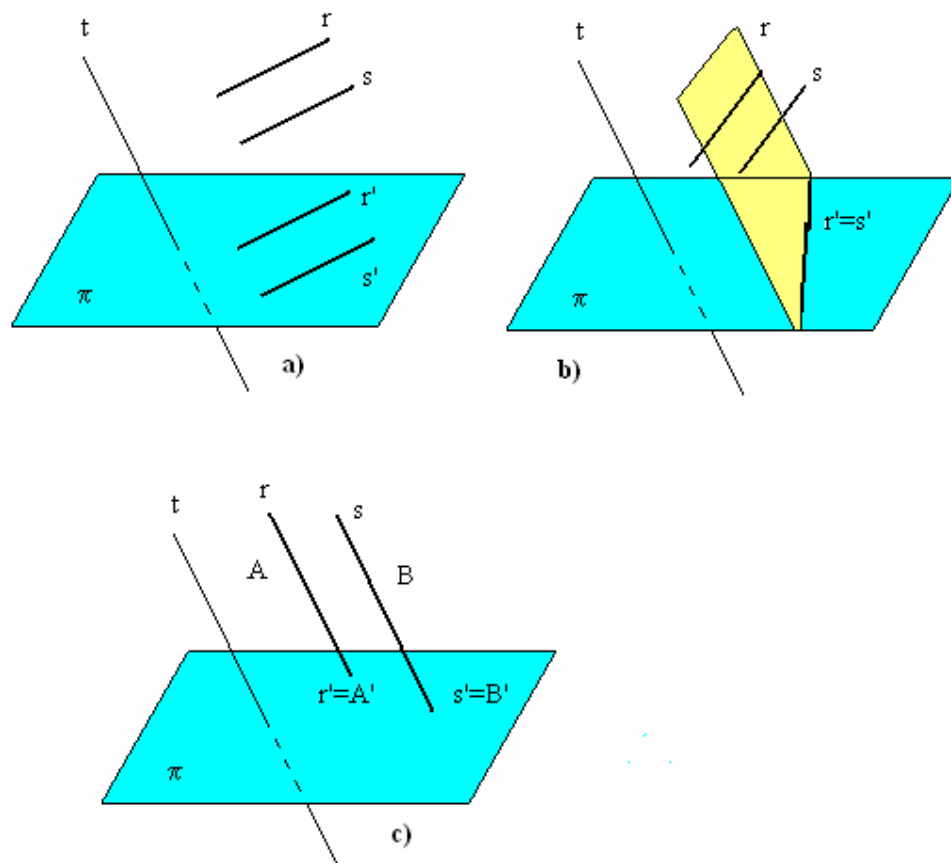


Figura 6.7. TEOREMA 2.



O Teorema 2 está demonstrado na Figura 6.7 anterior, onde podem ser observadas as três situações citadas. No primeiro caso (figura 6.7a), as retas paralelas no espaço r e s possuem projeções r' e s' paralelas entre si; no segundo caso (figura 6.7b), as projeções são coincidentes, pois o plano que contém as retas é paralelo à direção projetante t . Já no terceiro caso (figura 6.7c), quando as retas são paralelas à t , as suas projeções se reduzem aos dois pontos r' e s' , que são coincidentes com a projeção de dois pontos quaisquer – A e B – pertencentes a cada reta.

Teorema 03.

A razão entre dois segmentos de retas paralelas entre si ou colineares se mantém em projeção cilíndrica, desde que os segmentos de reta não sejam paralelos à direção de projeções.

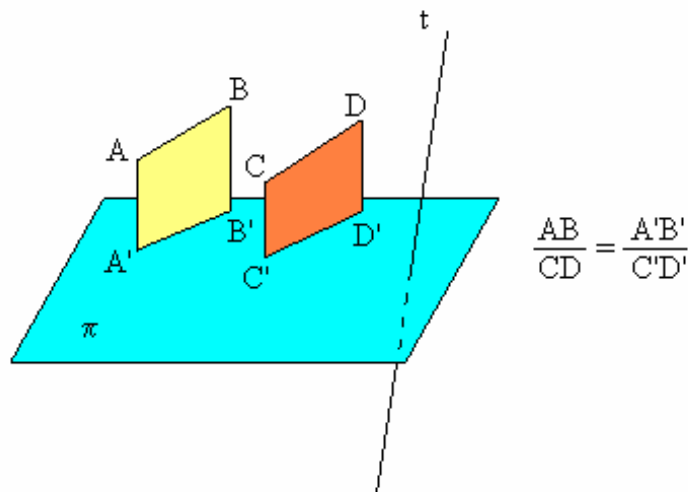


Figura 6.8. TEOREMA 3.

Desse teorema, temos que, o ponto médio de um segmento de reta se projeta sobre o ponto médio da projeção do dito segmento.

É importante você compreender todos os teoremas apresentados nesta unidade, pois serão úteis mais adiante na disciplina. Além disso, você deverá conhecê-los para aprender a criar projeções de peças e sólidos formados por várias arestas, como veremos mais adiante.



Teorema 04.

Uma figura contida em um plano paralelo ao plano de projeções tem sua projeção cilíndrica em VERDADEIRA GRANDEZA.

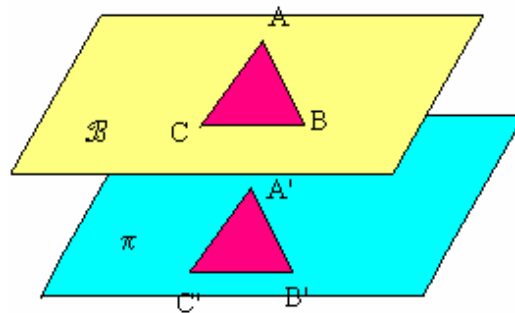


Figura 6.9. TEOREMA 4.

Na figura 6.9 pode ser observado que a projeção da figura triangular formada pelos vértices A , B e C , contida no plano β aparece em verdadeira grandeza na sua projeção no plano π , formada pelas projeções dos vértices A' , B' e C' . Isto só é possível devido ao fato, já ressaltado no teorema 4, de que os planos β e π são paralelos entre si.

Teorema 05.

Qualquer figura contida em um plano paralelo à direção de projeções, tem sua projeção coincidente com a reta intersecção do plano que a contém com o plano de projeções.

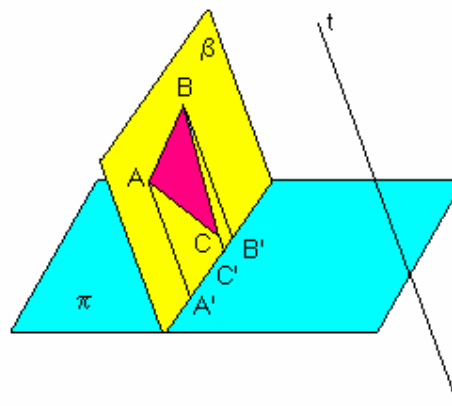


Figura 6.10. TEOREMA 5.



Observe na figura 6.10 que a projeção da figura triangular formada pelos vértices A, B e C, contida no plano β , que é paralelo à direção projetante t , aparece reduzida a um segmento de reta que contém os pontos A', B' e C'. Neste caso, isto só é possível devido ao fato, já ressaltado no teorema 5, de que o plano β é paralelo à direção projetante.

Teorema 06.

Duas retas ortogonais ou perpendiculares entre si, sendo que uma delas é paralela ao plano de projeções, terão suas projeções cilíndricas ORTOGONAIS perpendiculares entre si.

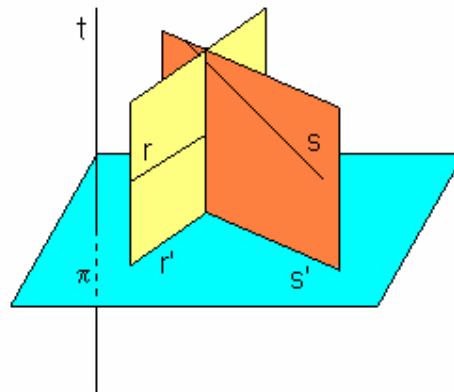


Figura 6.11. TEOREMA 6

Observando a Figura 6.11, podemos ver que as retas r e s , contidas em planos diferentes e ortogonais (ou seja, perpendiculares) entre si, possuem as projeções r' e s' também ortogonais ou perpendiculares entre si.

Note que o Teorema 06 só é válido para PROJEÇÕES CILÍNDRICAS ORTOGONAIS, ou seja, quando a direção de projeção é perpendicular ao plano π .

Agora vamos introduzir um novo conceito que é muito importante para o nosso estudo de Geometria Descritiva. A reta gerada pela intersecção dos planos β e π , é denominada TRAÇO do plano β com o plano π . Esta reta – o TRAÇO – pode ser observada na figura 6.10.

Um outro aspecto interessante do nosso estudo é que uma situação de geometria descritiva pode ser representada por letras e símbolos. O Teorema 6 demonstrado na Figura 6.11 pode ser descrito da seguinte forma:

$$t \perp \pi \wedge r // \pi \wedge r \perp s \Rightarrow r' \perp s'$$



Pode-se ler: se a reta t é perpendicular (\perp) ao plano π e a reta r é paralela ($//$) ao plano π e sendo também a reta r perpendicular (\perp) à reta s , isto implica que as projeções r' e s' serão perpendiculares (\perp) entre si. A situação “e” é representada pelo símbolo (\wedge), semelhante a um V invertido.

Dessa forma, consegue-se expressar com mais facilidade a relação existente entre os elementos do sistema de projeção.

Neste item, estudamos os conceitos básicos de geometria descritiva. As situações observadas individualmente em cada teorema são a base do desenho projetivo e são os casos que mais se repetem na geometria descritiva.

O seu conhecimento sobre este assunto será verificado no estudo da próxima unidade. Neste momento, vamos estudar apenas os conceitos básicos, como já mencionado.

6.3 PROJEÇÕES CILÍNDRICAS ORTOGONAIS SOBRE DOIS PLANOS ORTOGONAIS

Ao estudarmos os sistemas de projeções, vimos no caso da projeção cilíndrica, que a projeção de um ponto no espaço era a intersecção da reta paralela à direção de projeções, que continha esse ponto, com o plano de projeções.

Os infinitos pontos que essa reta possui terão, portanto, a mesma projeção. Para um dado ponto no espaço corresponde uma única projeção, porém, para uma dada projeção existem infinitos pontos no espaço.

O sistema cilíndrico de projeções estudado é, portanto, unívoco¹, ou seja, para diferentes pontos no espaço pode haver uma única projeção coincidente.

Esse sistema de representação não é útil ao desenho técnico, pois, necessitamos de um sistema biunívoco de representações, ou seja, necessitamos de um sistema que a cada ponto do espaço corresponda apenas uma única projeção e vice-versa.

Veja na explicação dos parágrafos seguintes o porquê da necessidade de um sistema biunívoco para que não haja dúvidas sobre o objeto que se quer projetar ou construir.

Da evolução histórica dos sistemas de representações, extraímos dois métodos de representação biunívoco baseados no sistema cilíndrico de projeções.

¹ Do Dicionário Aurélio: Mat. Diz-se da relação, ou da correspondência, entre dois conjuntos em que a cada elemento do primeiro conjunto corresponde apenas um elemento do segundo. [Cf. *biunívoco.*] \sim V. *função* — *a* e *operação* — *a*.

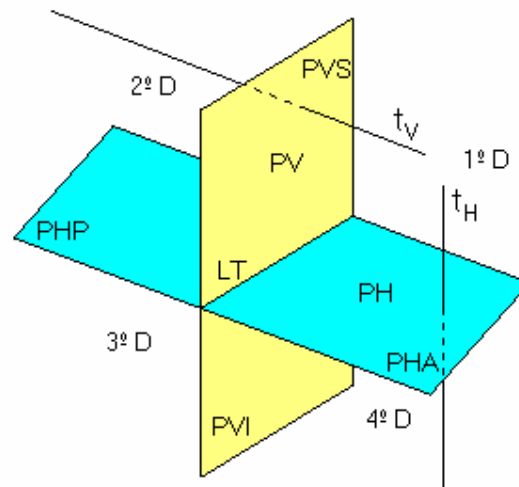


O sistema de Felipe Büche, que associa um plano de projeções e a distância do ponto a esse plano – é a geometria cotada – largamente utilizada em representações topográficas.

O outro sistema, de Gaspar Monge, combina dois sistemas cilíndricos ortogonais de projeções, tais que, os planos de projeções sejam perpendiculares entre si.

Esse sistema é a base do sistema de representações utilizado em desenho técnico.

Monge quando idealizou a utilização de dois sistemas cilíndricos ortogonais adotou uma simbologia particular que vamos estudar. Esse sistema de representação foi idealizado para uso na matemática e está representado na Figura 6.12.



PH: Plano Horizontal.
PV: Plano vertical.
PHA: Plano Horizontal Anterior.
PHP: Plano Horizontal Posterior.
PVS: Plano Vertical Superior.
PVI: Plano Vertical Inferior.
LT: Linha de Terra.

Figura 6.12. REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE MONGE.

Os dois sistemas cilíndricos ortogonais são perpendiculares entre si, e são denominados PLANOS VERTICAIS (PV) e PLANO HORIZONTAL (PH). Os planos: horizontal e vertical são secantes e a reta intersecção é denominada LINHA DE TERRA (LT).



O plano vertical divide o plano horizontal em dois semiplanos denominados: PLANO HORIZONTAL ANTERIOR (PHA) e PLANO HORIZONTAL POSTERIOR (PHP).

O plano horizontal divide o plano vertical em dois: PLANO VERTICAL SUPERIOR (PVS) e PLANO VERTICAL INFERIOR (PVI).

Os quatros semiplanos descritos anteriormente definem quatro diedros retos, ou seja, quatro diferentes regiões do espaço separadas pelos semiplanos. Esta simbologia pode ser visualizada na Figura seguinte.

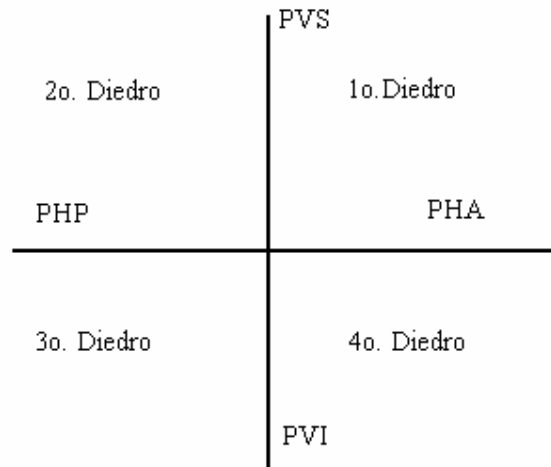


Figura 6.13. VISTA LATERAL DO SISTEMA DE MONGE E SEUS RESPECTIVOS DIEDROS.

O PRIMEIRO DIEDRO (1º D) é formado pelos semiplanos vertical superior e horizontal anterior. Os semiplanos vertical superior e horizontal posterior definem o SEGUNDO DIEDRO. O TERCEIRO DIEDRO e QUARTO DIEDRO são definidos pelos seguintes semiplanos: horizontal posterior com vertical inferior e vertical inferior com horizontal anterior respectivamente (Figuras 6.12 e 6.13).

As direções das projeções mostradas na Figura 6.12: t_v do plano vertical e t_h do plano horizontal não são representadas. Essas direções de projeções são perpendiculares aos respectivos planos de projeções. Toda reta projetante será paralela à direção de projeções. Aqui você pode ver a aplicação do teorema “Se duas retas são paralelas, e um plano é perpendicular a uma delas então o plano será perpendicular à outra” nos permite afirmar que toda reta projetante será perpendicular ao plano de projeções. Entender este teorema vai ajudar a simplificar a representação dos desenhos.



Dessa forma, como toda projetante será perpendicular ao plano de projeções não é necessária a representação das direções de projeções.

Para reduzirmos em um espaço bidimensional as projeções de situações no espaço nos planos horizontal e vertical fazemos coincidir o plano vertical com o plano horizontal de maneira que o semiplano vertical superior coincida com o semiplano horizontal posterior e o semiplano vertical inferior com a horizontal anterior (conforme Figura 6.14).

A figura bidimensional gerada com a rotação dos planos, denomina-se ÉPURA, conforme Figura 6.15. A écura é utilizada para a representação e o estudo dos problemas descritivos das figuras e corpos do espaço, dados por suas projeções nos dois planos ortogonais, depois da coincidência desses dois planos, isto é, da reunião dos traçados num só plano bidimensional.

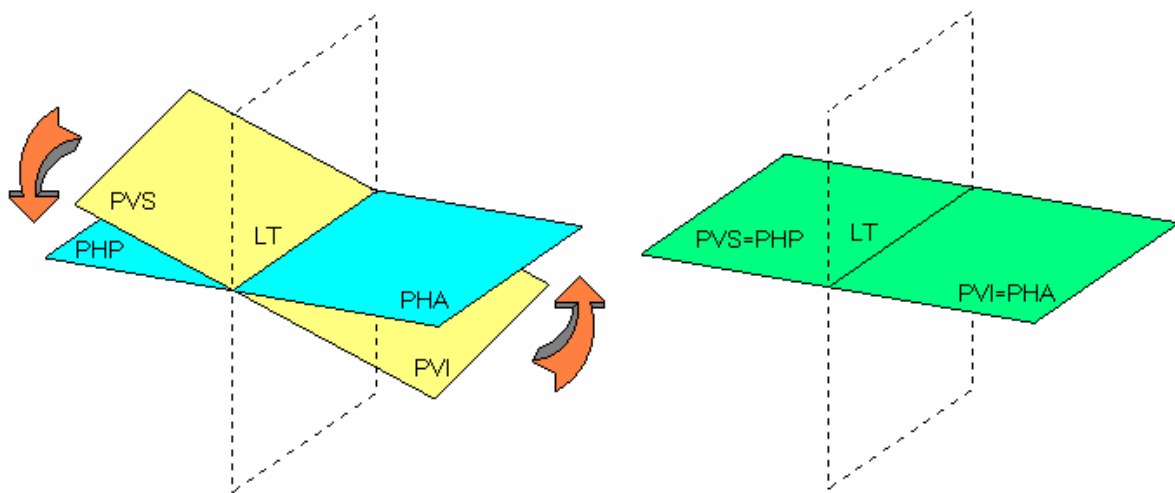


Figura 6.14. REBATIMENTO DOS PLANOS HORIZONTAL E VERTICAL.

Ler uma écura é reconstituir mentalmente o problema do espaço, representado fielmente por suas projeções nos planos horizontal e vertical, depois da coincidência dos mesmos.

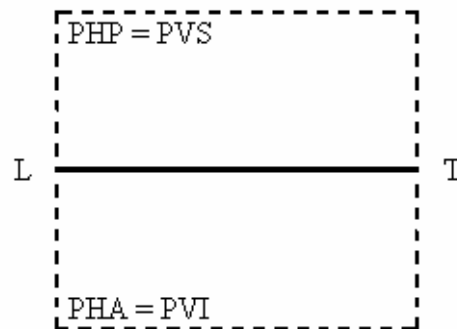


Figura 6.15. REPRESENTAÇÃO SIMPLIFICADA DA ÉPURA.

A linha de terra gerada pela intersecção dos planos horizontal e vertical, em época, é designada por "LT", "L" à esquerda e "T" à direita do leitor da época (Figura 6.15). Lembre-se que na seção anterior do nosso estudo, também chamamos esta linha de TRAÇO.

Os limites dos semiplanos horizontais e verticais, bem como as suas abreviações, não precisam ser representados em época, podendo ficar subentendido, já que não haverá alteração do sistema de representação.

A época será o "espaço" necessário e suficiente para que possamos ter os primeiros conhecimentos da aplicação do desenho técnico.

A seguir vamos começar a entender que existem diversas formas de padronização que precisamos conhecer para facilidade o entendimento dos objetos.

Em época os traçados das linhas submetem-se às seguintes convenções:

a) As linhas que servem para a representação dos objetos são de traço contínuo para as partes vistas e interrompidas para as partes invisíveis. Um ponto de um objeto é visto em projeção horizontal, se o raio visual do observador (suposto colocado no infinito acima do plano horizontal), não atravessar o objeto antes de atingir o ponto considerado, é e oculto no caso contrário. Para a projeção vertical temos a mesma postura.

b) As linhas de construção e as linhas de chamada são com traços interrompidos.

c) As projeções de pontos do espaço são representadas por letras maiúsculas. Na projeção vertical recebem o índice 2 (projeção do ponto A: A_2) e na projeção horizontal recebem o índice 1 (A_1).

d) As projeções de retas ou semi-retas são designadas em projeções por letras minúsculas acrescidas dos índices 1 e 2 para as projeções horizontais e verticais respectivamente.

e) Os planos são representados por letras do alfabeto grego.



A projeção de um ponto no primeiro diedro acontece conforme Figura 6.16.

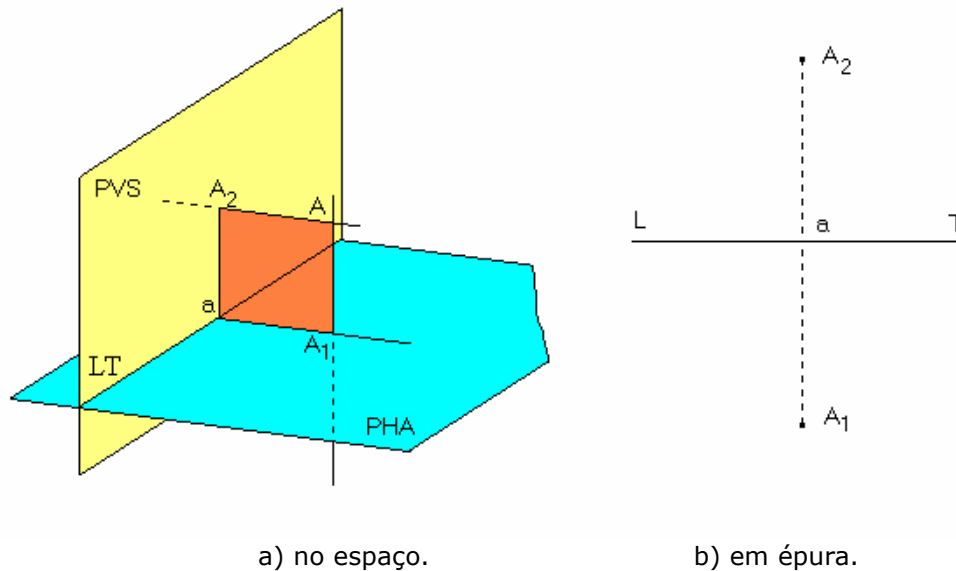


Figura 6.16. REPRESENTAÇÃO DE UM PONTO A NO ESPAÇO E EM ÉPURA.

Na Figura 6.16, para determinarmos a projeção horizontal A_1 do ponto A, passamos uma perpendicular ao plano horizontal por A – semi-reta AA_1 . Para determinarmos a projeção vertical A_2 do ponto A, passamos por A a perpendicular ao plano vertical de projeções – semi-reta AA_2 .

Por A_1 e A_2 – projeções do ponto A – traçamos A_2a e A_1a perpendiculares à Linha de Terra (LT).

O quadrilátero AA_1aA_2 é um retângulo, porque tem os lados paralelos dois a dois, como perpendiculares ao mesmo plano, e os ângulos retos. Os lados são iguais dois a dois – $AA_2 = A_1a$ e $AA_1 = A_2a$.

A distância do ponto A ao plano horizontal denomina-se COTA; a distância do ponto A ao plano vertical denomina-se AFASTAMENTO.

A cota do ponto A – semi-reta AA_1 – é igual à perpendicular A_2a . O afastamento do ponto A é igual a perpendicular A_1a .

Essas duas perpendiculares – A_2a e A_1a – concorrem num mesmo ponto da linha de terra por pertencerem ao plano que contém o retângulo. Plano este perpendicular ao plano horizontal por conter uma reta perpendicular ao plano horizontal. O mesmo acontecendo com o plano que contém o retângulo em relação ao plano vertical.

Sabemos da Geometria de Posição que quando um plano é perpendicular a dois outros que se cortam, é perpendicular à intersecção desses dois últimos, concluímos que o plano do retângulo é perpendicular à linha de terra (LT).

Quando efetuamos a coincidência do plano vertical com o horizontal, a semi-reta A_2a continua perpendicular à linha de terra pelo ponto "a".



Dessa forma as projeções A_1 e A_2 do ponto A , em épura, pertence à mesma perpendicular à linha de terra (Figura 6.16b).

Essa perpendicular à linha de terra – A_2A_1 – em épura é denominada LINHA DE CHAMADA.

A intersecção da linha de chamada com a linha de terra não recebe nenhuma denominação especial. Denominamos ponto “a” apenas para efeito didático.

O ponto A do espaço é representado, em épura, por suas projeções. Dessa forma, a cada ponto do espaço corresponde duas projeções e a cada par de projeções – horizontal e vertical – corresponde um único ponto do espaço, definido pela cota e afastamento representados em épura pela distância da projeção vertical à linha de terra (A_2a) e pela distância da projeção horizontal à linha de terra (A_1a). Esta é relação biunívoca mencionada anteriormente.

Do estudo de desenho geométrico, sabemos que dois pontos, não coincidentes, determinam uma reta. Assim, para obtermos a projeção de uma reta basta determinarmos a projeção de dois dos seus infinitos pontos.

Para isso, os pontos que procuramos determinar de uma reta são os pontos de intersecção desta com os planos de projeções, conforme Figura 6.17 seguinte.

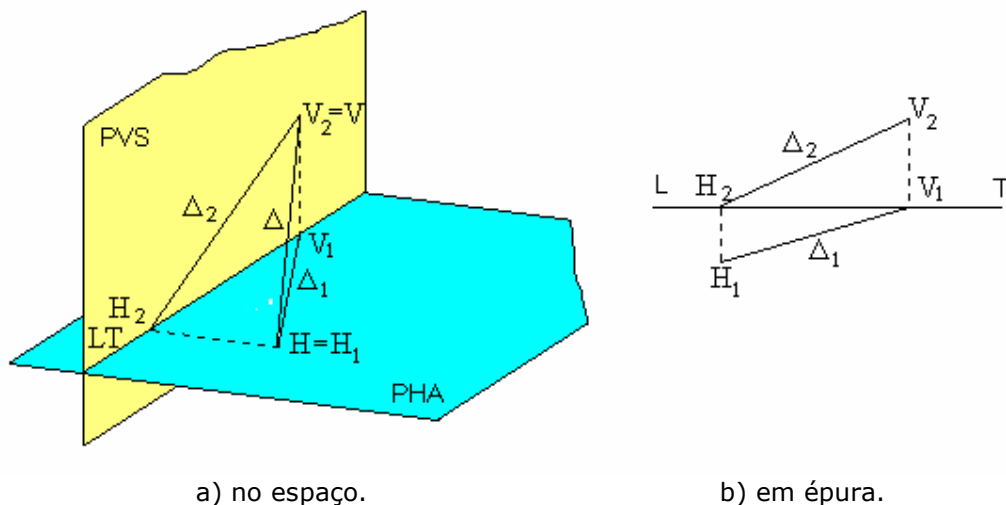


Figura 6.17. REPRESENTAÇÃO DE UM SEGMENTO DE RETA NO ESPAÇO E EM ÉPURA.

A intersecção da reta com o plano horizontal denomina-se TRAÇO HORIZONTAL da reta e é representado pela letra “H”. A projeção horizontal do traço horizontal da reta coincide com o próprio traço ($H \equiv H_1$). A projeção vertical do traço horizontal pertence à linha de terra.

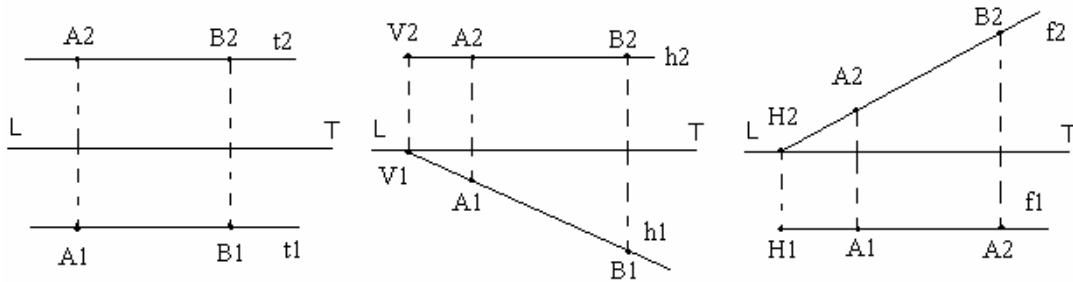
A intersecção da reta com o plano vertical denomina-se TRAÇO VERTICAL da reta e é representado pela letra “V”. A projeção vertical do



traço vertical da reta coincide com o próprio traço ($V \equiv V_2$). A projeção horizontal do traço vertical pertence à linha de terra.

Podemos observar que a reta que acabamos de estudar não tem nenhuma característica especial com relação aos planos de projeções. É uma reta qualquer do espaço.

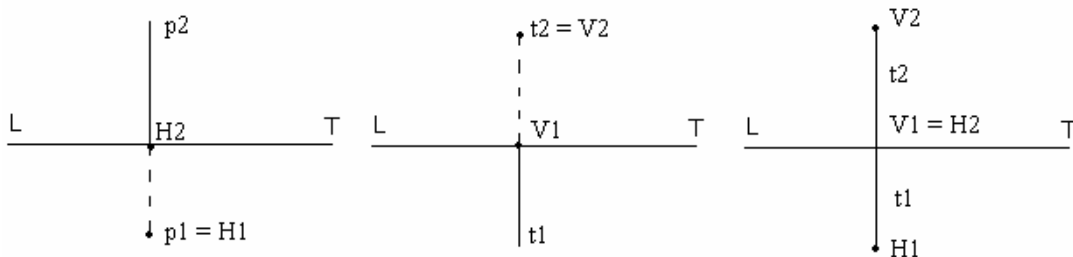
Mas em geometria descritiva temos diversos casos onde um conjunto de retas assume posições particulares com relação aos planos de projeções. Essas retas são ditas NOTÁVEIS e podem ser conhecidas através do estudo da Figura 6.18.



a) $t // PV \wedge t \perp PH$

b) $h // PH$

c) $f // PV$



d) $p \perp PH \wedge p // PV$

e) $t \perp PV \wedge t // PH$

f) $t \in \beta \wedge \beta \perp PH \text{ e } \beta \perp PV$

Figura 6.18. POSIÇÃO EM ÉPURA DAS RETAS NOTÁVEIS.



A primeira reta da figura 6.18 – t – é paralela a dois planos de projeções. O teorema 04 visto em “noções básicas” nos possibilita afirmar que qualquer segmento de reta (AB) pertencente a ela se projeta em verdadeira grandeza (VG). As projeções A_2B_2 e A_1B_1 tem o mesmo comprimento que o segmento AB do espaço.

Nos casos “ b ” e “ c ”, as retas – h e f – são paralelas ao plano horizontal e ao plano vertical, respectivamente.

As retas – p e v – representadas nos casos “ d ” e “ e ” são perpendiculares aos planos horizontal e vertical, respectivamente. O teorema 01 nos afirma que as projeções horizontal e vertical, respectivamente, dessas retas será um ponto. O teorema 04 nos diz que qualquer segmento de reta contido nelas se projeta em VG nas projeções vertical e horizontal, respectivamente.

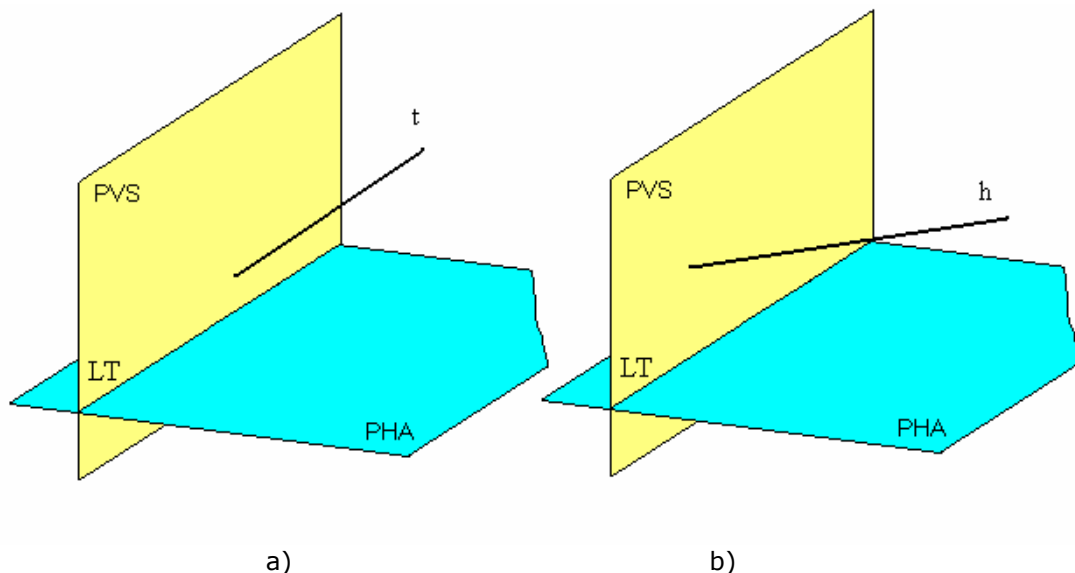
A reta – t – do caso “ f ” é inclinada aos dois planos de projeções, porém, pertence a um plano perpendicular aos dois planos de projeções.

Sabemos da geometria de posição que:

- duas retas concorrentes ou duas retas paralelas determinam um plano;
- três pontos não colineares determinam um plano.

Você conseguiu imaginar o posicionamento destas retas notáveis no espaço? É importante que você saiba tanto passar a representação do espaço para uma épura quanto o contrário. Ou seja, a partir do estudo da épura, você consegue observar a reta no espaço. Vamos fazer este exercício mental super importante...

Depois que você conseguiu imaginar, veja se confere com os desenhos da Figura 6.19 seguinte.



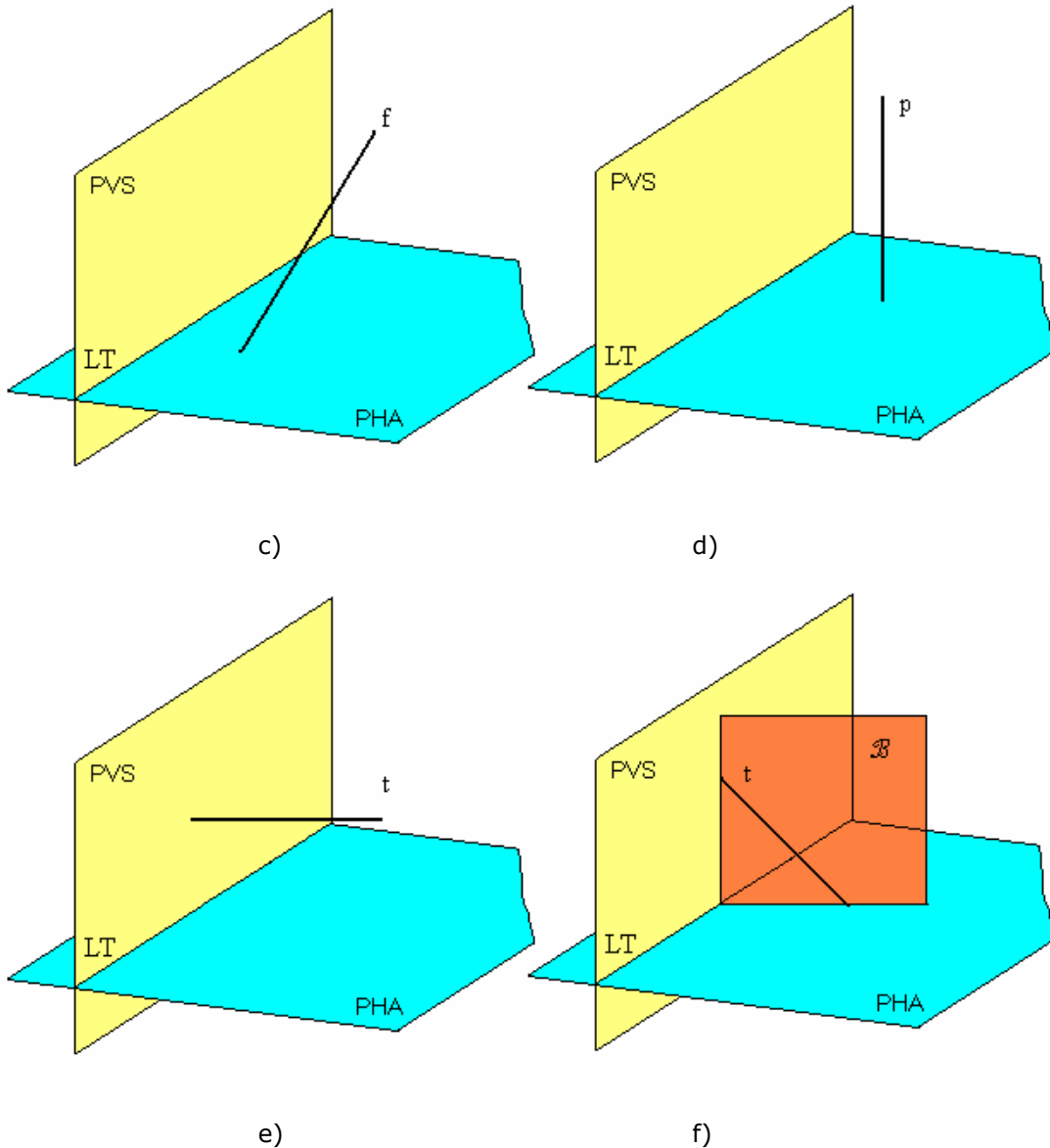


Figura 6.19. VISUALIZAÇÃO DAS RETAS NOTÁVEIS NO ESPAÇO.

Observe em cada uma das figuras que a classificação das retas vai variar em função de sua relação com os planos de projeção.

Na figura 6.19 "a", temos a reta t que é paralela a dois planos de projeções. Nos casos "b" e "c", as retas – h e f – são paralelas ao plano horizontal e ao plano vertical, sendo classificadas como retas horizontais e verticais, respectivamente. As retas – p e t – representadas nos casos "d" e "e" são perpendiculares aos planos horizontal e vertical, respectivamente. Recebem a denominação de reta perpendicular e reta de topo, respectivamente. A reta – t – do caso "f" é inclinada aos dois planos de projeções, conforme já mencionado.



Do exposto, concluímos que a solução de planos recai em problemas de pontos e retas.

Entendeu a importância dos conceitos básicos estudados anteriormente?

O sistema de projeções até então estudado é denominado GEOMETRIA DESCRITIVA. Salientamos no início que a geometria descritiva foi criada como um instrumento para apoio matemático. Na disciplina de Vetores e Geometria Analítica você poderá relembrar algumas situações de posicionamento das retas e planos no espaço, conforme estudamos nesta aula.